



UNIVERSITÉ D'ANTANANARIVO

INSTITUT D'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR D'ANTSIRABE – VAKINANKARATRA

MÉMOIRE DE FIN D'ÉTUDES

en vue de l'obtention du diplôme de **MASTER**

Domaine : Sciences de l'Ingénieur

Mention : AUTOMATISME ET INFORMATIQUE

Parcours : AUTOMATISME ÉLECTRONIQUE INFORMATIQUE INDUSTRIELLE

Par : **RAZAFIMANDIMBY NIAINASOA ALFRED**

Titre :

MODÉLISATION ET COMMANDE D'UN ROBOT MANIPULATEUR

Soutenu le 27/07/2023 , devant la Commission d'Examen composée de :

Président de Jury : **Monsieur RANAIVOSOA Rija**

Examineurs : **Madame RANAIVOSOA Mamitiana Lalaonirina Olivette**
Monsieur RAKOTONIRINA Andriamitantsoa Soloarinala
Monsieur ANDRIATSITOTHERINTSOA Ravelojaona

Encadreur pédagogique : **Monsieur RALAHARIJAONA Zandrison Richard**

N° d'inscription : 000256-80-16

Année universitaire : 2021-2022



UNIVERSITÉ D'ANTANANARIVO

INSTITUT D'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR D'ANTSIRABE – VAKINANKARATRA

MÉMOIRE DE FIN D'ÉTUDES

en vue de l'obtention du diplôme de **MASTER**

Domaine : Sciences de l'Ingénieur

Mention : AUTOMATISME ET INFORMATIQUE

Parcours : AUTOMATISME ÉLECTRONIQUE INFORMATIQUE INDUSTRIELLE

Par : **RAZAFIMANDIMBY NIAINASOA ALFRED**

Titre :

MODÉLISATION ET COMMANDE D'UN ROBOT MANIPULATEUR

Soutenu le 27/07/2023 , devant la Commission d'Examen composée de :

Président de Jury : **Monsieur RANAIVOSOA Rija**

Examineurs : **Madame RANAIVOSOA Mamitiana Lalaonirina Olivette**
Monsieur RAKOTONIRINA Andriamitantsoa Soloarinala
Monsieur ANDRIATSITOTHERINTSOA Ravelojaona

Encadreur pédagogique : **Monsieur RALAHIARIJAONA Zandrison Richard**

FISAORANA

Ny fisaorana toy ny masoandro avy any atsinanana ka ny avo no tratrany aloha, ary ny fiantefany mahenika ny isam-baravarana. Koa atolotsika an'Andriamanitra ny saotra sy ny haja ary ny voninahitra izay nahatontosana izao asam-pikarohana izao.

Isaorana ihany koa Andriamatoa RAVELOMANANA Mamy Raoul filohany Oniversite an'Antananarivo

Manarak'izany, isaorana Andriamatoa ANTSONATENAINARIVONY Ononamandimby talen'ny Institut d'Enseignement Supérieur d'Antsirabe Vakinankaratra (IES-AV), izay vovonana iadian'ny lohany sy vato nasondrotry ny tany eto amin'ny IES-AV, hitombo voninahitra atrany anie ianao.

Misaotra andramatoa RANAIVOSOA Mamitiana Lalaonirina Olivette, izay vavahady anton'ny vohitra, varavarana antoky ny trano tompon'andraikitra voalohany amin'ny lalam-piofanana “Automatisme Informatique”, ho ambinin-java-manasatra tokoa anie ianao.

Mankasitraka indrindra ihany koa an'Andriamatoa RALAHARIJAONA Zandrison Richard, angady nananana sy vy nahitana, nanolo-tsaina sy nampianatra ahy tamin'ny fanatontosana ity asa ity.

Tsy hay ny tsy hisaotra anareo rantsana miray felana, akanga miara-manjohy nanaiky hitsara izao voka-pikarohana izao :

- Andriamatoa RANAIVOSOA Rija
- Andriamatoa RAKOTONIRINA Andriamitantsoa Soloarinala
- Andriamatoa ANDRIATSITOTHERINTSOA Ravelojaona

Ho ampoky ny soa sy ny tsara anie ianareo.

Isaorana ihany koa ianareo mpampianatra sy mpanabe rehetra eto amin'ny sampam-piofanana « AUTOMATISME INFORMATIQUE », ianareo ray aman-dreny, fianakaviana sy ianareo tapaka sy namana nanampy hatrany tamin'ny fotoana rehetra ary nankahery ahy.ho tahin'Andriamanitra anie ianareo.

REMERCIEMENTS

En premiers lieu, je rends grâce à Dieu tout puissant de m'avoir donné la santé, la force, le courage durant la réalisation de cette mémoire de fin d'étude. L'honneur et la gloire lui est digne.

Ensuite, je tiens également à remercier :

Monsieur RAVELOMANANA Mamy Raoul président de l'Université d'Antananarivo.

Monsieur ANTSONATENAINARIVONY Ononamandimby directeur de l'Institut d'Enseignement Supérieur d'Antsirabe Vakinankaratra de m'avoir accepté au sein de l'institut.

Madame RANAIVOSOA Mamitiana Lalaonirina Olivette, chef de mention Automatisation Informatique pour sa soutient et sa disponibilité.

C'est avec une profonde reconnaissance et considération particulière que je remercie mon encadreur Monsieur Mr RALAHIARIJAONA Zandrison Richard pour sa disponibilité et ses conseils durant l'accomplissement de ce projet.

J'exprime mes vifs remerciements aux membres du jury :

- Monsieur RANAIVOSOA Rija
- Monsieur RAKOTONIRINA Andriamitantsoa Soloarinala
- Monsieur ANDRIATSITOTHERINTSOA Ravelojaona

D'assister à ma soutenance en tant qu'examineur malgré leurs multiples responsabilités.

Enfin, je tiens à adresser mes plus sincères remerciement à tous les enseignants qui nous ont enseigner durant nos études universitaires à l'institut. A ma famille et mes amis pour leur soutien, moralement et financièrement ainsi que leurs encouragements.

TABLE DES MATIERES

FISAORANA	i
REMERCIEMENTS.....	iii
TABLE DES MATIERES	v
NOTATIONS.....	viii
LISTES DES TABLEAUX ET DES FIGURES	ix
INTRODUCTION GÉNÉRALE.....	1
CHAPITRE 1 GÉNÉRALITÉS SUR LES ROBOTS	3
1.1 Introduction.....	3
1.2 Robotique.....	3
1.2.1 Description et historique de la robotique	3
1.2.2 Architecture des systèmes robotiques.....	6
1.3 Robot.....	7
1.3.1 Description et caractéristiques	7
1.3.2 Classification des robots	8
1.3.3 Type de robots	9
1.3.4 Les éléments constitutifs d'un robot	11
1.4 Composants d'un robot manipulateur.....	17
1.4.2 Base (socle)	17
1.4.3 Corps (segment)	17
1.4.4 Actionneur (moteur).....	17
1.4.5 Axe (articulation).....	18
1.4.6 Organe terminale	18
1.5 Domaine d'application	18
1.6 Justification du choix de la thème et limite	19
1.6.1 Justification.....	19
1.7 Conclusion	20
CHAPITRE 2 MODELISATION D'UN BRAS ROBOTIQUE.....	21
2.1 Introduction.....	21

2.2 Définition	21
2.3 Matrice de transformation homogènes [2.02]	21
2.3.1 Coordonnées homogènes	21
2.3.2 Transformation homogène	22
2.4 Modèle géométrique du robot.....	28
2.4.1 Coordonnées articulaires et opérationnelles	28
2.4.2 Modèle géométrique direct (MGD)	28
2.4.3 Application : paramètre de Denavi-Harteberg	33
2.4.4 Modèle géométrique inverse (MGI)	34
2.5 Modèle cinématique du robot	35
2.5.1 Modèle cinématique directe (MCD).....	35
2.5.2 Modèle cinématique inverse (MCI).....	37
2.6 Modèle dynamique du robot.....	38
2.6.1 Modèle dynamique directe (MDD).....	38
2.6.2 Modèle dynamique inverse (MDI)	39
2.7 Dimensionnement du robot à réaliser	41
2.7.1 Modèle géométrique du robot.....	41
2.7.2 Modèle cinématique du robot.....	43
2.8 Conclusion	46
CHAPITRE 3 RÉALISATION DU ROBOT MANIPULATEUR.....	47
3.1 Introduction.....	47
3.2 Partie mécanique du bras.....	47
3.2.1 Structure mécanique du bras	47
3.2.2 Elément constitutif de la partie mécanique de notre bras robotique	48
3.3 Matériels utilisés pour la réalisation du bras robotique.....	51
3.3.2 Moteur pas à pas	52
3.3.3 Servomoteur	53
3.3.4 Driver du moteur pas à pas	53
3.3.5 CNC Shield.....	54
3.3.6 Microcontrôleur	54
3.4 Commande du robot.....	54
3.4.1 Schéma synoptique de commande du robot manipulateur	55

3.4.2 <i>Création du G-code</i>	55
3.4.3 <i>Universal G-code Sender (UGS)</i>	57
3.4.4 <i>Firmware GRBL</i>	60
3.4.5 <i>Schéma du montage des moteurs et des drivers sur le logiciel fritzing</i>	66
3.4.6 <i>Organigramme de commande</i>	67
3.5 Schéma de la maquette du robot manipulateur	68
3.6 Etude financière	68
3.6.1 <i>Devis à petit échelle</i>	68
3.6.2 <i>Devis à grande échelle</i>	69
3.7 Avantages et inconvénients	69
3.7.1 <i>Avantages</i>	69
3.7.2 <i>Inconvénients</i>	71
3.7.3 <i>Conclusion</i>	72
CONCLUSION ET PERSPECTIVES	73
ANNEXES	x
REFERENCES	xii
FAMINTINANA	xv
RESUME ET MOTS CLES	xvi

NOTATIONS

1. Minuscules grecques

α	Alpha
β	Bêta
ψ	Psi
θ	Thêta

2. Abréviations

Cos, c	cosinus
Cm	centimètre
Sin, s	sinus
DDL	Degrés de liberté
Trans	Translation
Rot	Rotation
MGD	Modèle Géométrique Direct
MGI	Modèle Géométrique Inverse
MCD	Modèle Cinématique Direct
MCI	Modèle Cinématique Inverse
MDD	Modèle Dynamique direct
MDI	Modèle Dynamique Inverse
SMA	Système Mécanique Articulée

LISTES DES TABLEAUX ET DES FIGURES

1. Liste des tableaux

Tableau 2.01 : Table de Denavit-Hartenberg	33
Tableau 2.02 : Table de Denavit-Hartenberg pour ‘application.....	33
Tableau 2.03 : Table de Denavit-Hartenberg du robot.....	41
Tableau 3.01 : Valeurs des caractéristique physiques des matériaux	47
Tableau 3.02 : Performance du moteur.....	52
Tableau 3.03 : Groupe modaux pris en charge par GRBL	65
Tableau 3.04 : Devis à petit échelle	68
Tableau 3.05 : Devis à grande échelle.....	69

2. Liste des figures

Figure 1.01 : Exemple d’automates ancêtres des robots [1.02]	4
Figure 1.02 : Premier robot industriel de G.DEVOL [1.02]	5
Figure 1.03 : Différents types de structure mécanique articulée.....	7
Figure 1.04 : Image d’un robot articulé [1.06].....	10
Figure 1.05 : Image d’un Robot cartésien.[1.06]	11
Figure 1.06 : Image d’un robot SCARA. [1.06]	11
Figure 1.07 : Les parties principales d’un robot. [1.07].....	12
Figure 1.08 : Symbole de l’articulation rotoïde.	13
Figure 1.09 : Symbole de l’articulation prismatique.....	13
Figure 1.10 : Etape1 DDL.....	14
Figure 1.11 : Schéma pour l’exemple DDL	15
Figure 1.12 : Les organes d’un robot	17
Figure 2.01 : Repère après une rotation.	23
Figure 2.02 : Repère pour une exemple	24
Figure 2.03 : Rotation par angle d’Euler.....	25
Figure 2.04 : Structure d’un bras robotique	29
Figure 2.05 : Passage de repère 0 vers repère 1	30

Figure 2.06 : Sens positif de α et θ	32
Figure 2.07 : Schéma de l'application.....	33
Figure 2.08 : Choix des repères selon la convention de DH.....	41
Figure 3.01 : Première articulation rotoïde	48
Figure 3.02 : Base du manipulateur	48
Figure 3.03 : Premier segment du robot.....	49
Figure 3.04 : Deuxième segment du robot.....	50
Figure 3.05 : Organe terminale Pince	50
Figure 3.06 : Système d'engrenage.....	51
Figure 3.07 : Les matériels utilisés pour la réalisation.....	51
Figure 3.08 : Montage du moteur pas à pas avec le driver A4988.....	53
Figure 3.09 : Schéma synoptique	55
Figure 3.10 : Post-processeur G-Code pour commande servomoteur	57
Figure 3.11 : Interface utilisateur UGS	58
Figure 3.12 : Configuration de UGS	60
Figure 3.13 : Première message de connexion.....	61
Figure 3.14 : Aide de GRBL.....	61
Figure 3.15 : Listes des paramètres GRBL	62
Figure 3.16 : Afficher les paramètres G-CODE.....	63
Figure 3.17 : Etat de l'analyseur G-Code.....	63
Figure 3.18 : Montage sur Fritzing	66
Figure 3.19 : Organigramme de commande du robot	67
Figure 3.20 : Photo de la maquette du projet	68
Figure 3.21 : Photo réelle d'un robot manipulateur	69

INTRODUCTION GÉNÉRALE

Les bras robotique réalise des tâches répétitives ou pénibles avec efficacité, ils limitent l'intervention humaine en particulier dans les environnements aux conditions dangereuses tout en améliorant le processus de production. Un bras robotique est un mécanisme composé interconnectées par des articulations appropriées de liaison, c'est un appareil programmable dont les fonctions principales et le comportement ressemble à ceux d'un bras humain. Il peut être autonome ou contrôlé manuellement pour effectuer une variété de tâches avec une grande précision. Le bras robotique industriel fait la même tâche que les opérateurs, il est capable de manipuler des charges plus lourdes à une vitesse élevée et sans fatigue.

Un robot manipulateur doit être reprogrammable multifonctionnel conçu pour déplacer des matériaux, des pièces, des outils ou tout autre dispositif spécialisé au moyen d'une série de mouvement programmé et d'accomplir une variété d'autre tâches. Le robot manipulateur est une machine formée par un mécanisme incluant plusieurs degrés de libertés, ayant souvent l'apparence d'un ou plusieurs bras se terminant par un poignet capable de tenir des outils, des pièces ou un dispositif d'inspection.

Comment peut-on faire pour commander une bras robotique ? Face à cette question nous avons décidé de réaliser un ouvrage intitulé « MODELISATION ET COMMANDE D'UN BRAS ROBOTIQUE ».

L'objectif de cet ouvrage est de réaliser la commande et la modélisation d'un bras manipulateur à 3 axes avec une pince comme organe terminale. La rotation de chaque articulation du bras manipulateur est assurée par un servomoteur ou un moteur pas à pas. La commande se fait à l'aide d'un logiciel.

Ce travail comporte trois chapitres. Dans le premier chapitre, nous allons voir les généralités sur la robotique. Dans le second chapitre, nous exposons l'étude sur la modélisation d'un bras robotique et enfin dans le dernier chapitre nous consacrons notre temps sur la conception, la réalisation du bras robotique et de la commande.

CHAPITRE 1 GÉNÉRALITÉS SUR LES ROBOTS

1.1 Introduction

De nos jours, l'utilisation de la robotique dans les industries ainsi que dans le domaine de la recherche est devenue plus importante. Avec la robotique on peut manipuler avec beaucoup de précision c'est-à-dire de manière plus sûre les objets neutres ou dangereux.

Dans ce chapitre, on va donner quelques définitions et l'historique de la robotique, les différents types de robots. Et aussi nous allons voir les classifications, les domaines d'application et les avantages des robots.

1.2 Robotique

1.2.1 Description et historique de la robotique

1.2.1.1 Description

La robotique est l'ensemble des techniques permettant la conception et la réalisation de machines automatiques ou de robots. La robotique est la science des robots. La robotique est un domaine d'activité recouvrant l'étude, la conception et la fabrication de robots ou machines automatisées. Elle implique des compétences en informatique, en électronique et en mécanique. En fait, il s'agit d'un ensemble de disciplines techniques (mécanique, électronique, automatique, informatique) articulées autour d'un objectif et d'un objet commun. [1.01]

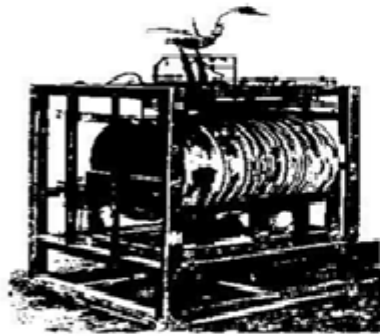
1.2.1.2 Historique

L'histoire de la robotique commence par le développement des horlogeries qui sont inventées vers 1600 av. J-C en Egypte et des automates.

Ce n'est qu'avec le développement de l'horlogerie au XVI^e siècle que les automates ont pu acquérir une certaine complexité dans leurs mouvements. En effet tous les mécanismes précédents devaient fonctionner sur le principe des clepsydres, c'est à dire à partir d'un écoulement régulier d'eau (éventuellement remplacée par du mercure ou du sable). Les développements de la mécanique et de l'horlogerie entraînèrent la création de ces merveilleux automates qui font toujours l'admiration de tous, car quelques exemplaires ont pu survivre plusieurs siècles et arriver jusqu'à nous.

Il est cependant nécessaire de faire la distinction entre deux types d'automates : les automates cycliques qui exécutent un même mouvement de façon répétitive, et les automates à programme dont le mouvement est beaucoup plus riche. Dans le premier cas, le mouvement est obtenu par une

mécanique figée qu'il est très difficile de modifier. Par contre, dans le deuxième cas les mouvements sont programmés à partir d'un dispositif central qui décrit leur séquence et éventuellement leur amplitude. Ces dispositifs débutèrent par des cylindres munis de picots ou de cames, pour évoluer vers les disques, rubans et cartes perforées.



canard de Vaucanson et son tambour à came

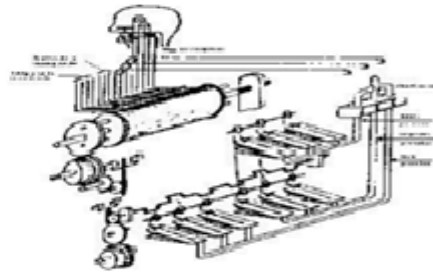


Schéma du fluteur d'après la description de Vaucanson



Les trois automate de Vaucanson



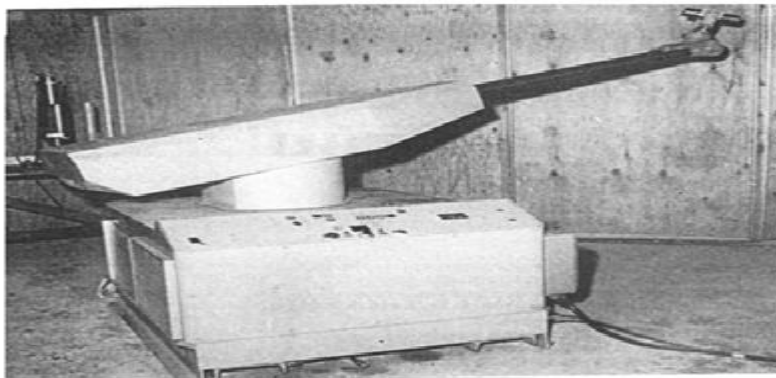
Théâtre de Heron d'Alexandrie

Figure 1.01 : Exemple d'automates ancêtres des robots [1.02]

Il est difficile de dire à quand remonte ce concept de programme, et en particulier s'il existait sur les automates de l'antiquité. Les premières applications connues avec certitude datent du XVI^e siècle avec les horloges à personnages intervenant dans des scènes complexes et variables avec le temps : les Jacquemarts. Cette technique conduisit tout naturellement aux boîtes à musique (XVII^eS), et aux automates musiciens et dessinateurs (XVIII^eS), dont certains exemplaires sont encore conservés dans des musées. Les techniques introduites et leurs inventeurs ont largement participé à la mécanisation et l'automatisation de l'industrie, en particulier dans l'industrie textile on a vu apparaître des métiers à tisser entièrement automatiques.

Le XVIII^e siècle a ainsi vu démarrer le processus de mécanisation de l'industrie, qui passa d'un stade artisanal à un stade de forte concentration en moyens physiques et humains, l'amélioration de la productivité restant un souci constant.

Malgré toutes les découvertes et inventions du XVIII^e siècle à nos jours, les deux grandes étapes du processus d'automatisation furent d'abord l'utilisation de la puissance mécanique (avec d'abord la machine à vapeur, puis plus tard les machines électriques), puis très récemment l'introduction de l'informatique dans les machines (avec toutes ses possibilités de stockage de l'information, et surtout de traitement de signaux variés). C'est en effet grâce aux possibilités de stockage de l'information, sur des moyens électriques et électroniques, que les robots dits de "première génération " ont pu voir le jour avec le premier UNIMATE de G.DEVOL.



Prototype UNIMATE (1959), Robot et tambour

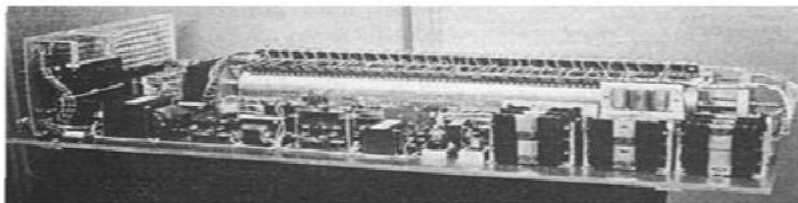


Figure 1.02 : Premier robot industriel de G.DEVOL [1.02]

Le concept de robot date de plusieurs siècles, mais le terme robot fut inventé par le tchèque Karel Capek dans une pièce de théâtre écrite en 1920 : "RUR ou les robots universels de Rossum". Ce terme est dérivé du verbe tchèque "robota" signifiant travail forcé ou corvée. Il est certain que depuis fort longtemps, les réalisateurs d'automates ont cherché à pouvoir insuffler à leurs machines des comportements adaptés aux circonstances. Malheureusement, jusqu'au vingtième siècle, les techniques étaient trop primitives pour permettre de telles réalisations. Il fallut attendre 1959 pour que Georges Devol invente une machine originale, polyvalente et reprogrammable, ce qui a permis au robot d'acquérir une réalité industrielle. Mais en fait ce ne fut que vers la fin des années 1970 que les robots industriels de première génération ont vu le jour.

Depuis l'apparition des premiers robots industriels, leur essor a été considérable, et chaque année de nouveaux secteurs industriels s'ouvrent à la robotisation au fur et à mesure que les équipements se diversifient, deviennent plus adaptables et surtout meilleur marché. Les robots sont devenus tellement indispensables dans certains secteurs industriels (l'automobile par exemple), que leur emploi conditionne la survie économique des entreprises. Il devient donc important de maîtriser leur technologie. Le terme robot peut désigner une large variété de réalisations technologiques, allant du simple dispositif mécanique exécutant des mouvements répétés, aux machines analogues morphologiquement aux bras humains et possédant une certaine intelligence. A titre d'anecdote, la firme Unimation qui construisit le premier robot vers 1960, était pratiquement la seule sur le marché américain quinze ans après, et n'avait commercialisé que 1000 robots. Alors que le JIRA (association japonaise de robotique industrielle) annonçait en 1975 65000 robots. Il s'est avéré par la suite que ce que les uns désignaient par simple automatisme, les autres l'appelaient robot. Aujourd'hui il existe au Japon plus de 15000 robots industriels, soit environ près du tiers du parc mondial. [1.02]

1.2.2 Architecture des systèmes robotiques

1.2.2.1 Système mécanique articulé

Un mécanisme ayant une structure plus ou moins proche de celle du bras humain. Il permet de remplacer, ou de prolonger, son action. Son rôle est d'amener l'organe terminal dans une pose (position et orientation) donnée, selon des caractéristiques de vitesse et d'accélération données. Son architecture est une chaîne cinématique de corps, généralement rigides (ou supposés comme tels) reliés par des liaisons appelées articulations. Sa motorisation est réalisée par des actionneurs électriques, pneumatiques ou hydrauliques qui transmettent leurs mouvements aux articulations par des systèmes appropriés.

1.2.2.2 Structure mécanique articulée à chaîne cinématique simple

C'est une chaîne cinématique dont chaque membre possède un degré de connexion (nombre de liaisons mécaniques) inférieur ou égal à deux. Un robot sériel est formé d'une chaîne cinématique simple dont la base et l'organe effecteur possèdent un degré de connexion d'un (c'est-à-dire qu'il n'est relié qu'à un seul corps) et les autres éléments un degré de connexion de deux.

1.2.2.3 Structure mécanique articulée à chaîne cinématique fermée

C'est une chaîne cinématique qu'il existe un retour mécanique d'un ou plusieurs segments à un autre dans la chaîne. [1.03]

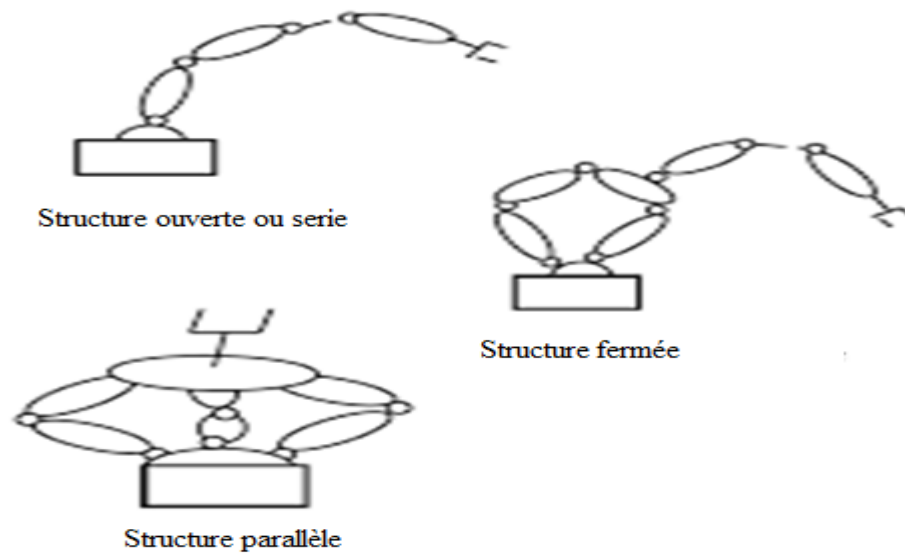


Figure 1.03 : Différents types de structure mécanique articulée

1.3 Robot

1.3.1 Description et caractéristiques

1.3.1.1 Description

Un robot est un dispositif mécatronique (ensemble de mécanique, électronique et informatique) accomplissant automatiquement soit des tâches qui sont généralement dangereuses, pénibles, répétitives ou impossibles pour les humains. C'est une machine intelligente fonctionnelle qui nécessite une autonomie de mouvements. L'Organisation Internationale de Normalisation définit le robot comme étant un manipulateur à plusieurs degrés de liberté, à commande automatique, reprogrammable, multi applications, mobile ou non, destiné à être utilisé dans les applications d'automatisation industrielle. [1.04]

1.3.1.2 Caractéristiques

Un robot doit être choisi en fonction de l'application qu'on lui réserve. Voici quelques paramètres à prendre, éventuellement, en compte :

La charge maximum transportable (de quelques kilos à quelques tonnes), à déterminer dans les conditions les plus défavorables (en élongation maximum). L'architecture du S.M.A., le choix est guidé par la tâche à réaliser (quelle est la rigidité de la structure ?). Le volume de travail, défini comme l'ensemble des points atteignables par l'organe terminal. Tous les mouvements ne sont pas possibles en tout point du volume de travail. L'espace de travail (reachable workspace), également appelé espace de travail maximal, est le volume de l'espace que le robot peut atteindre via au moins une orientation. L'espace de travail dextre (dextrous workspace) est le volume de l'espace que le robot peut atteindre avec toutes les orientations possibles de l'effecteur (organe terminal). Cet espace de travail est un sous-ensemble de l'espace de travail maximal. Le positionnement absolu, correspondant à l'erreur entre un point souhaité (réel) défini par une position et une orientation dans l'espace cartésien et le point atteint et calculé via le modèle géométrique inverse du robot. Cette erreur est due au modèle utilisé, à la quantification de la mesure de position, à la flexibilité du système mécanique. En général, l'erreur de positionnement absolu, également appelée précision, est de l'ordre de 1 mm. La répétabilité, ce paramètre caractérise la capacité que le robot a à retourner vers un point (position, orientation) donné. La répétabilité correspond à l'erreur maximum de positionnement sur un point prédéfini dans le cas de trajectoires répétitives. En général, la répétabilité est de l'ordre de 0,1 mm - La vitesse de déplacement (vitesse maximum en élongation maximum), accélération. La masse du robot, le coût du robot, la maintenance. [1.05]

1.3.2 Classification des robots

Nous allons voir 3 types de robots :

Les manipulateurs : dont les trajectoires sont non quelconques dans l'espace, les positions sont discrètes avec 2 ou 3 valeurs par axe et le commande est séquentielle.

Les télémanipulateurs : ce sont les appareils de manipulation à distance qui ont des trajectoires qui peuvent être quelconques dans l'espace et définie de manière instantanée par l'opérateur, généralement à partir d'un pupitre de commande (joystick).

Les robots : les trajectoires peuvent être quelconques dans l'espace, l'exécution est automatique et les informations extéroceptives peuvent modifier le comportement du robot.

Pour les robots, on peut distinguer :

- **Les robots manipulateurs industriels**

Ils sont chargés de manipuler, soient des pièces stockage et déstockage, salettisation et dépalettisation, chargement et déchargement de machine-outil, manipulation d'éprouvettes, Assemblage de pièces, ...

- **Les robots didactiques**

Sont des versions au format réduit des précédents robots. La technologie est différente, de même que les constructeurs. Ils ont un rôle de formation et d'enseignement, ils peuvent aussi être utilisés pour effectuer des tests de faisabilité d'un poste robotisé.

- **Les robots mobiles autonomes**

Les possibilités sont plus vastes, du fait de leur mobilité. Notamment, ils peuvent être utilisés en zone dangereuse (nucléaire, incendie, sécurité civile, déminage), inaccessible (océanographie, spatial). De tels robots font appel à des capteurs et à des logiciels sophistiqués.

On peut distinguer 2 types de locomotion : Les robots marcheurs qui imitent la démarche humaine, et les robots mobiles qui ressemblent plus à des véhicules.

1.3.3 Type de robots

1.3.3.1 Robots mobiles

Les robots mobiles sont capables de se déplacer dans un environnement. Ils sont équipés ou non de manipulateur selon leur utilisation.

On distingue deux types de robots mobiles :

- a) Robots mobiles autonome (AMR)**

Les AMR se déplacent dans le monde entier et prennent des décisions en temps quasi réel au fur et à mesure de leurs déplacements. Des technologies telles que des capteurs et des caméras les aident à ingérer des informations sur leur environnement. Les équipements de traitement embarqués les aident à les analyser et à prendre une décision éclairée, qu'il s'agisse de se déplacer pour éviter un travailleur qui arrive, de choisir précisément le bon colis ou de sélectionner une surface appropriée à désinfecter. Ce sont des solutions mobiles qui ne nécessitent qu'une intervention humaine limitée pour faire leur travail. [1.06]

b) Véhicules à guidage automatique (AGV)

Alors que les AMR traversent les environnements librement, les AGV s'appuient sur des pistes ou des chemins prédéfinis et nécessitent souvent la surveillance d'un opérateur. Ils sont généralement utilisés pour livrer des matériaux et déplacer des articles dans des environnements contrôlés tels que des entrepôts et des usines.

1.3.3.2 Robots articulés

Les robots articulés (également appelés bras robotiques) sont censés reproduire les fonctions d'un bras humain. En général, ils peuvent comporter de deux à dix articulations rotatives. Chaque articulation ou axe supplémentaire permet un plus grand degré de mouvement, ce qui en fait un outil idéal pour la soudure à l'arc, la manutention, l'entretien des machines et l'emballage.



Figure 1.04 : Image d'un robot articulé [1.06]

1.3.3.3 Robots cartésiens

Ce type de robot fonctionne sur trois axes linéaires de coordonnées cartésiennes (X, Y, Z). Ils se déplacent donc linéairement sur ces trois axes.

La flexibilité des robots cartésiens les rend incontournables et très appréciés des industries. En effet, leur vitesse est ajustable, à l'instar de leur précision et de la longueur du trajet. Les robots cartésiens sont les robots industriels les plus répandus. Ils sont généralement privilégiés pour l'impression 3D et les machines-outils à commande numérique.



Figure 1.05 : Image d'un Robot cartésien.[1.06]

1.3.3.4 Robots SCARA

SCARA signifie « Selective Compliance Assembly / Articulated Robot Arm ». Fonctionnant sur trois axes (X, Y et Z), ils représentent une meilleure option en comparaison avec les robots cartésiens. Plus rapides et facilement intégrables en usine de production, ils sont capables d'effectuer des mouvements rotatifs. Cependant, leur meilleur atout demeure les mouvements latéraux. Applications biomédicales, assemblage ou palettisation sont les principales fonctions des robots SCARA. [1.06]



Figure 1.06 : Image d'un robot SCARA. [1.06]

1.3.4 Les éléments constitutifs d'un robot

Dans un robot manipulateur on peut voir plusieurs parties principales :

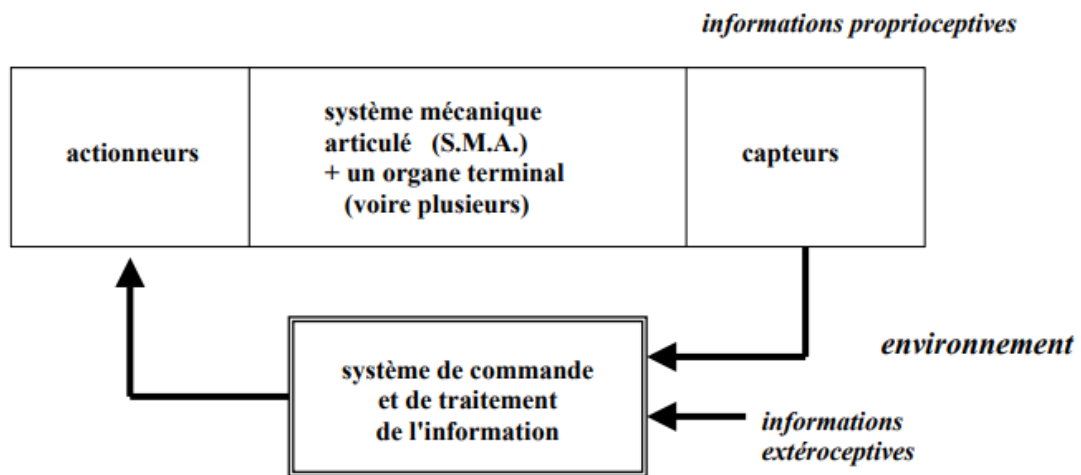


Figure 1.07 : Les parties principales d'un robot. [1.07]

Sous le terme organe terminal, on regroupe tout dispositif destiné à manipuler des objets (dispositifs de serrage, dispositifs magnétiques, à dépression, ...), ou à les transformer (outils, torche de soudage, pistolet de peinture, ...). En d'autres termes, il s'agit d'une interface permettant au robot d'interagir avec son environnement. Un organe terminal peut être multifonctionnel, au sens où il peut être équipé de plusieurs dispositifs ayant des fonctionnalités différentes. Il peut aussi être monofonctionnel, mais interchangeable. Un robot, enfin, peut-être multi-bras, chacun des bras portant un organe terminal différent. On utilisera indifféremment le terme organe terminal, préhenseur, outil ou effecteur pour nommer le dispositif d'interaction fixé à l'extrémité mobile de la structure mécanique.

Système mécanique articulé (S M A)

Un mécanisme ayant une structure plus ou moins proche de celle du bras humain. Il permet de remplacer, ou de prolonger, son action (le terme "manipulateur" exclut implicitement les robots mobiles autonomes). Son rôle est d'amener l'organe terminal dans une situation (position et orientation) donnée, selon des caractéristiques de vitesse et d'accélération données. Son architecture est une chaîne cinématique de corps, généralement rigides (ou supposés comme tels), assemblés par des liaisons appelées articulations. Sa motorisation est réalisée par des actionneurs électriques, pneumatiques ou hydrauliques qui transmettent leurs mouvements aux articulations par des systèmes appropriés

1.3.4.2 Notion d'articulation

Une articulation lie deux corps successifs en limitant le nombre de degré de liberté de l'un par rapport à l'autre.

Il existe 2 types d'articulation

- **Articulation rotoïde :**

Il s'agit d'une articulation de type pivot, notée R, réduisant le mouvement entre deux corps à une rotation autour d'un axe qui leur est commun. La situation relative entre les deux corps est donnée par l'angle autour de cet axe.



Figure 1.08 : Symbole de l'articulation rotoïde.

- **Articulation prismatique**

Il s'agit d'une articulation de type glissière, notée P, réduisant le mouvement entre deux corps à une translation le long d'un axe commun. La situation relative entre les deux corps est mesurée par la distance le long de cet axe.



Figure 1.09 : Symbole de l'articulation prismatique.

1.3.4.3 Degrés de liberté

a) Définition

Un degré de liberté (DDL) est une notion recouvrant la possibilité de mouvement dans l'espace. Le nombre de degré de liberté représente la possibilité de mouvement dans le plan ou dans l'espace, il décrit l'état du système.

b) Calcul du nombre de degré de liberté (M) d'un robot dans le plan et dans l'espace

Pour calculer le degré de liberté d'un robot, il faut connaître :

Nombre de corps (N) : nombre de corps mobiles et corps fixe comme le sol

Nombre d'articulation (j) : nombre d'articulation qui lient deux corps rigides, si trois corps rigides connectés par une même articulation, nous parlerons de chevauchement pour les articulations et nous compterons alors 2 articulations.

Nombre de degrés de liberté de chaque articulation (f_i)

✓ **Dans le plan**

Etape 1 : simple corps $M = 3DDL$, déplacement selon x, y, θ

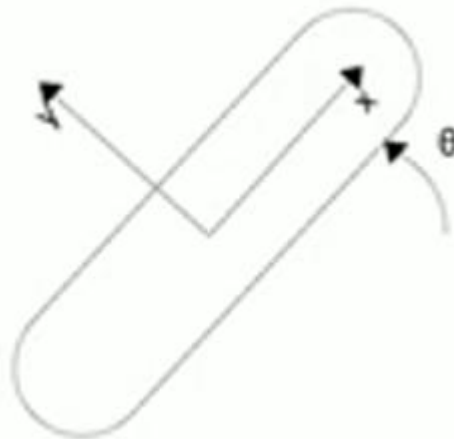


Figure 1.10 : Etape1 DDL

Etape 2 : ajout d'un corps non connecté : $M = 6DDL$

$$M = 3 * N \quad (1.01)$$

Etape 3 : assemblage des 2 corps par R : 4DDL. La position du corps 2 dépend de la position du corps 1. Seule son orientation peut être modifiée.

Ajouter une articulation réduite donc le nombre de degré de liberté de la structure. Si nous ajoutons une articulation :

Qui ne possède qu'une seule DDL (rotoïde ou prismatique), nous retirons à la structure 2DDL.

Qui possède 2DDL (cylindrique ou universel), nous retirons à la structure un DDL.

Qui possède 3DDL, nous ne retirons pas de DDL.

$$M = 3 * N - \sum_{i=1}^j (3 - f_i) \quad (1.02)$$

Etape 4 : Ajout du corps fixe (comme le sol), il faut soustraire au N la valeur de 1 car N contient le corps fixe qui ne possède aucun DDL.

La formule finale est :

$$M = 3*(N-1) - \sum_{i=1}^j (3 - f_i) \quad (1.03)$$

Qui peut aussi également s'écrire sous la forme

$$M = 3 * (N-1-j) + \sum_{i=1}^j f_i \quad (1.04)$$

Application :

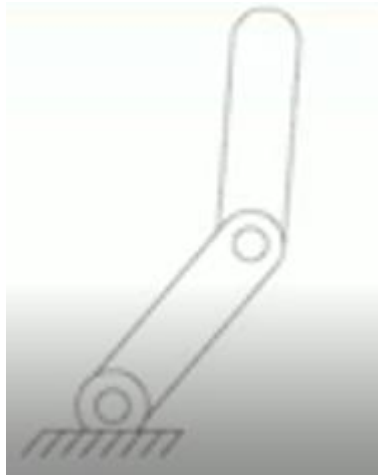


Figure 1.11 : Schéma pour l'exemple DDL

$$N = 3, J = 2 \text{ et } f_i = 1$$

$$N = 3*(3-1-2)+2 \quad (1.05)$$

$$N = 2 \text{ degrés de liberté}$$

✓ Dans l'espace

Pour un corps rigide dans l'espace, nous avons besoins de 6 coordonnées (au lieu de 3 pour un corps rigide dans le plan).

Le corps peut se déplacer selon x, y, z et peut effectuer une rotation selon θ_1, θ_2 et θ_3

$$M = 6 * (N-1-j) + \sum_{i=1}^j f_i \quad (1.06)$$

1.3.4.4 Actionneurs

Les actionneurs utilisent fréquemment des moteurs électriques à aimant permanent, à courant continu, à commande par l'induit (la tension n'est continue qu'en moyenne car en général l'alimentation est un hacheur de tension à fréquence élevée ; bien souvent la vitesse de régime élevée du moteur fait qu'il est suivi d'un réducteur, ce qui permet d'amplifier le couple moteur). On trouve de plus en plus de moteurs à commutation électronique (sans balais), ou, pour de petits

robots, des moteurs pas à pas. Pour les robots devant manipuler de très lourdes charges (par exemple, une pelle mécanique), les actionneurs sont le plus souvent hydrauliques, agissant en translation (vérin hydraulique) ou en rotation (moteur hydraulique). Les actionneurs pneumatiques sont d'un usage général pour les manipulateurs à cycles (robots tout ou rien). Un manipulateur à cycles est un S.M.A. avec un nombre limité de degrés de liberté permettant une succession de mouvements contrôlés uniquement par des capteurs de fin de course réglables manuellement à la course désirée.

1.3.4.5 Capteurs

La perception permet de gérer les relations entre le robot et son environnement. Les organes de perception sont des capteurs dits proprioceptifs qui veut dire sensibilité propre aux os, aux muscles, aux tendons et aux articulations et qui renseigne sur la statique, l'équilibration lorsqu'ils mesurent l'état interne du robot (positions et vitesses des articulations) et extéroceptifs lorsqu'ils recueillent des informations sur l'environnement (détection de présence, de contact, mesure de distance, vision artificielle).

➤ Capteurs proprioceptifs et capteurs extéroceptifs

Les capteurs proprioceptifs permettent de mesurer l'état du robot lui-même (position ou vitesse des roues, charge de la batterie, etc.) tandis que les capteurs extéroceptifs permettent de mesurer l'état de l'environnement (cartographie, température, etc.). Du point de vue du roboticien, les capteurs extéroceptifs regroupent principalement les capteurs de mesure absolue, ayant une fréquence d'acquisition généralement plus faible que les capteurs proprioceptifs. L'exemple le plus connu est sans doute le GPS.

La partie commande

La partie commande synthétise les consignes des asservissements pilotant les actionneurs, à partir de la fonction de perception et des ordres de l'utilisateur.

Dans la partie commande on peut voir l'interface homme-machine à travers laquelle l'utilisateur programme les tâches que le robot doit exécuter et aussi le poste de travail, ou l'environnement dans lequel évolue le robot. [1.07]

1.4 Composants d'un robot manipulateur

Vocabulaire :



Figure 1.12 : Les organes d'un robot

1.4.2 Base (socle)

La base du manipulateur est fixée sur l'emplacement du travail, Ceci est le cas de la quasi-totalité des robots industriels.

1.4.3 Corps (segment)

Corps solides rigides susceptibles d'être en mouvement par rapport à la base, et les uns par rapport aux autres. Deux membres reliés de façon rigide sont considérés comme un seul segment appelé aussi liaison. Le segment est relié à d'autres corps par des articulation, la base d'un robot est considérée comme un segment qui ne bouge pas.

1.4.4 Actionneur (moteur)

Le SMA comporte des moteurs le plus souvent avec des transmissions, des capteurs délivrant des informations sur l'état du SMA et à son extrémité un outil ou un préhenseur, ce que l'on qualifie plus généralement d'effecteur car c'est lui qui aura un effet direct sur l'environnement. On distingue :

Robots électriques : Les actionneurs les plus fréquents utilisent des moteurs électriques

Robots hydrauliques : Pour les robots devant manipuler de très lourdes charges, les actionneurs sont le plus souvent hydrauliques

Robots pneumatiques : Les actionneurs pneumatiques sont d'un usage général pour les manipulateurs à cycles. Un manipulateur à cycle (automate ou bras transfert), est un SMA, permettant une succession de mouvements contrôlés uniquement par des capteurs de fin de course réglables manuellement à la course désirée.

1.4.5 Axe (articulation)

Une articulation lie deux corps successifs en limitant le nombre de degré de liberté de l'un par rapport à l'autre. Soit m le nombre de degré de liberté résultant, encore appelé mobilité de l'articulation. La mobilité d'une articulation est telle que : $0 \leq m \leq 6$.

Lorsque $m = 1$; ce qui est fréquemment le cas en robotique, l'articulation est dite simple : soit rotoïdes, soit prismatique.

1.4.6 Organe terminale

Désigne tout dispositif destiné soit à manipuler des objets comme les dispositifs de serrage, les dispositifs magnétiques ou à dépression, soit à transformer. Il s'agit d'une interface permettant au robot d'interagir avec son environnement. [1.07]

1.5 Domaine d'application

On peut utiliser les robots dans plusieurs domaines et peuvent accomplir différente tâche. Le but premier d'un robot est d'effectuer des tâches répétitives et/ou précises. Les robots permettent également d'effectuer des tâches dans des environnements de travail trop dangereux pour l'Homme. Les robots sont généralement présente dans différents domaines d'application tels que la manipulation d'objets, la soudure, l'assemblage de pièces dans l'industrie automobile par exemple.

De la fabrication industrielle au domaine médical, l'usage de la robotique se multiplie dans tous les secteurs importants de la vie et de la société.

L'industrie :

Les robots d'usine ont pris en charge la plupart des tâches qui exigent un niveau de précision plus élevé, une vitesse supérieure et de la patience. Les usines automobiles utilisent des robots pour couper et assembler des pièces. Dans les chaînes d'assemblage, on retrouve des robots soudeurs, manipulateurs, peintres ...

L'agriculture : La robotique permet désormais aux agriculteurs d'être plus efficaces et plus productifs dans la gestion des cultures car ils peuvent effectuer des tâches humaines à répétition de manière efficace et plus efficiente.

L'Armée :

La technologie robotique est de plus en plus utilisée par les militaires pour les missions de recherche et de sauvetage. La miniaturisation permet aujourd'hui de créer des robots discrets mais dotés de plusieurs capteurs parfaits pour les espionnages et les missions d'infiltration.

La médecine :

Dans le domaine médical, un robot peut être utilisé pour effectuer des opérations trop délicates pour les mains d'un chirurgien ou comme aide lors d'opérations régulières telles que les pontages coronariens. On parle de chirurgie assistée (mot né de l'anglais « surgery » : chirurgie) c'est-à-dire tout ce qui consiste à introduire les derniers outils des technologies informatiques et robotiques dans la pratique médico-chirurgicale. Cette pratique de « chirurgie assistée » est émergente donc bien que peu répandue, elle est en phase de devenir la chirurgie du futur.

Autres Usage de la Robotique :

Les scientifiques envoient des robots pour explorer les surfaces de la lune ou de planètes comme Mars, tandis que d'autres robots vont dans l'espace pour réparer des équipements spatiaux.

La robotique domestique met également à la disposition de tout un chacun des appareils d'aide aux ménages, la surveillance...

Il existe des Robots jouets pour les enfants et pour les amateurs de Robots. Certains d'entre eux ressemblent à l'idée moyenne de ce à quoi un robot devrait ressembler. Ces jouets accomplissent des tâches simples comme marcher, danser ou parler sur commande.

Bien que vous n'ayez pas l'impression d'avoir affaire à un robot, l'utilisation de la voie de caisse automatique à l'épicerie ou l'achat de billets dans un kiosque au cinéma implique de même une interaction avec des robots. [1.08]

1.6 Justification du choix de la thème et limite

1.6.1 Justification

On a choisi la modélisation et commande d'un robot manipulateur afin de réaliser un robot manipulateur qui peut être utilisé dans les industries au niveau des chaînes de triage ou d'assemblage et d'effectuer la modélisation de ce robot manipulateur avec des modèles

mathématiques. Pour mieux comprendre le fonctionnement d'un robot manipulateur, les différents éléments constituant ce robot et les types de robots.

1.7 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons vu la généralité sur les robots et la robotique. Le terme robot apparaît en 1920 mais c'est vers la fin des années 1970 que le premier robot industriel a vu le jour, il existe donc plusieurs types de robots qui sont les robots articulés, mobiles, cartésiens et SCARA. Un robot manipulateur est formé par un système mécanique articulé, d'un actionneur, capteur ainsi que d'une partie commande. Le domaine d'application de la robotique est large comme dans l'industrie et la médecine, mais l'utilisation des robots ont des avantages et des inconvénients.

CHAPITRE 2 MODELISATION D'UN BRAS ROBOTIQUE

2.1 Introduction

Afin de commander ou de simuler le comportement d'un système mécanique articulé ou robot, on doit disposer d'un modèle. Plusieurs niveaux de modélisation sont possibles selon les objectifs, les contraintes de la tâche et les performances recherchées. Ces modèles mathématiques sont les modèles géométriques, cinématiques et dynamiques. Dans ce chapitre nous allons voir ces types de modélisations mathématiques ainsi que les coordonnées.

2.2 Définition

La modélisation est la représentation d'un système par un autre, plus facile à appréhender. Il peut s'agir d'un système mathématique ou physique. [2.01]

La modélisation d'un robot est considérée comme étant un système mécanique articulé, actionné et commandé consiste à établir un modèle mathématique.

2.3 Matrice de transformation homogènes [2.02]

2.3.1 Coordonnées homogènes

Les coordonnées homogènes reposent sur une notation dans laquelle les vecteurs en N dimensions sont Représentées par un vecteur en N+1 dimension.

Exemple : soit un plan Euclidien en \mathbb{R}^2 composé de points

En notation classique, un point est un vecteur $\vec{P} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$

En notation homogène, un point est un vecteur $\vec{P} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix}$

Un point est représenté par P_x , P_y , et P_z , coordonnées cartésiennes.

$$P = \begin{pmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \\ 1 \end{pmatrix}$$

Représentation d'une direction (vecteur libre)

$$u = \begin{pmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \\ 0 \end{pmatrix}$$

Représentation d'un plan

Le plan $\alpha x + \beta y + \gamma z = \delta$ est représenté par un vecteur $Q = [\alpha, \beta, \gamma, \delta]$ pour tout point appartenant à Q, $Q.P=0$

$$Q.P = [\alpha, \beta, \gamma, \delta] \begin{pmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \\ 1 \end{pmatrix} = 0$$

2.3.2 Transformation homogène

L'objectif de la transformation homogène est :

Combiner la rotation et la translation en une seule matrice et en plusieurs transformations par un produit matriciel.

En matrice 4 x 4 au lieu de 3 x 3 pour combiner translation et rotation.

2.3.2.1 Changement de repère

a) Rotation de repère

On considère deux repères, un repère fixe (R^0) qu'on appellera aussi espace opérationnel ou espace des coordonnées opérationnelles et un deuxième repère (R^1) obtenu par rotation du repère (R^0). On suppose qu'avant la rotation autour d'un axe quelconque soit x, y ou z, les deux repères sont confondus et après la rotation, les deux repères ont la même origine.

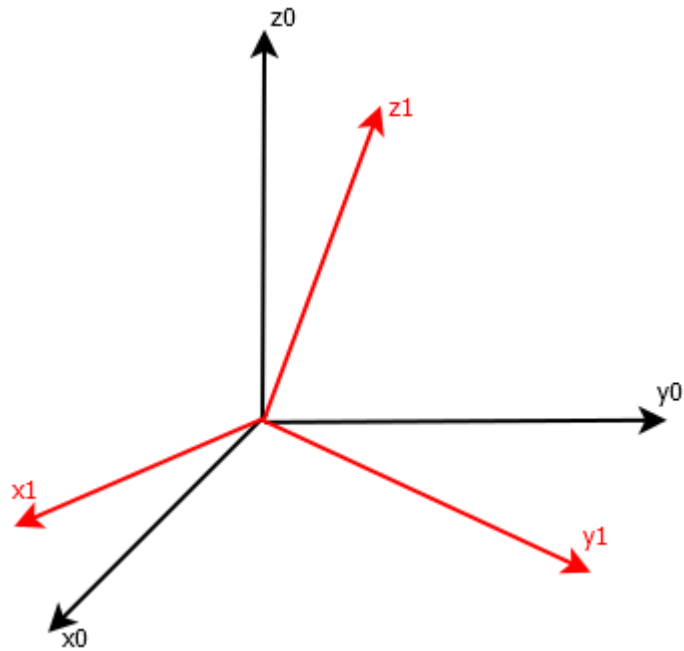


Figure 2.01 : Repère après une rotation.

On définit la matrice de rotation R_1^0 du repère (R^1) par rapport au repère (R^0).

$$R_1^0 = \begin{bmatrix} x_1x_0 & y_1x_0 & z_1x_0 \\ x_1y_0 & y_1y_0 & z_1y_0 \\ x_1z_0 & y_1z_0 & z_1z_0 \end{bmatrix} \quad (2.01)$$

x_1x_0, x_1y_0, x_1z_0 : coordonnées du vecteur x_1 dans R^0

y_1x_0, y_1y_0, y_1z_0 : coordonnées du vecteur y_1 dans R^0

z_1x_0, z_1y_0, z_1z_0 : coordonnées du vecteur z_1 dans R^0

On considère un point P, P^0 est la coordonnée du point P dans $0_0x_0y_0z_0$ et P^1 la coordonnée du point P dans le repère $0_1x_1y_1z_1$.

$$P^0 = R_1^0 P^1 \quad (2.02)$$

On passe des coordonnées dans le repère $0_1x_1y_1z_1$ aux coordonnées dans le repère $0_0x_0y_0z_0$ avec la matrice R_1^0 .

Exemple : rotation de $0_0x_0y_0z_0$ autour de l'axe z_0

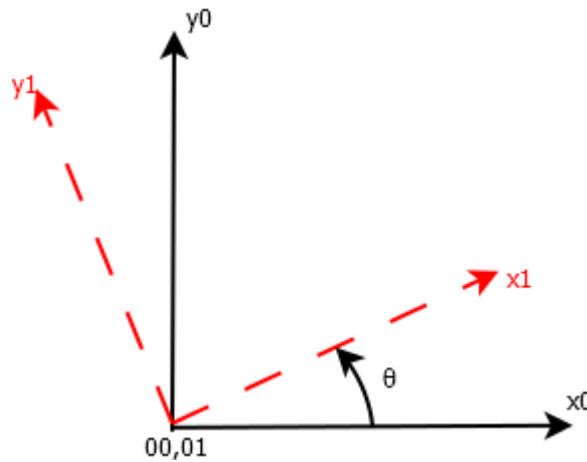


Figure 2.02 : Repère pour une exemple

$$\begin{cases} x_1 \cdot x_0 = \cos\theta \\ x_1 \cdot y_0 = \sin\theta \\ z_1 \cdot z_0 = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y_1 \cdot x_0 = -\sin\theta \\ y_1 \cdot y_0 = \cos\theta \end{cases}$$

On déduit R_1^0

$$R_1^0 = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.03)$$

Rotation par rapport à l'axe z d'un angle θ est

$$R_{z,\theta} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.04)$$

Propriétés

- $R_{z,\theta} = -R_{z,-\theta}$
- $R_{z,-0} = I_3$ Matrice identité

b) Matrice de rotation autour de chaque axe

$$R_{x,\theta} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & -\sin\theta \\ 0 & \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \text{ Rotation de } \theta \text{ autour de } x$$

$$R_{y,\theta} = \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & \sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\theta & 0 & \cos\theta \end{bmatrix} \text{ Rotation de } \theta \text{ autour de } y$$

$$R_{z,\theta} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ Rotation de } \theta \text{ autour de } z$$

c) Rotation inverse

On connaît les coordonnées de P dans $0_0x_0y_0z_0$ et on souhaite les calculer dans $0_1x_1y_1z_1$

R_1^0 est une matrice orthogonale, $R_1^0 R_1^{0T} = I$

Alors $(R_1^0)^{-1} = (R_1^0)^T$

Comme $P^0 = R_1^0 P^1$ alors $P^1 = (R_1^0)^{-1}P^0$

D'où

$$P^1 = R_1^0 P^1 = (R_1^0)^{-1}P^0 \quad (2.05)$$

Composition de rotation : $R_n^0 = R_1^0 R_2^1 \dots \dots R_n^{n-1}$

$P^0 = R_n^0 P^n$ Passage de n à 0

2.3.2.2 Caractérisation de rotation

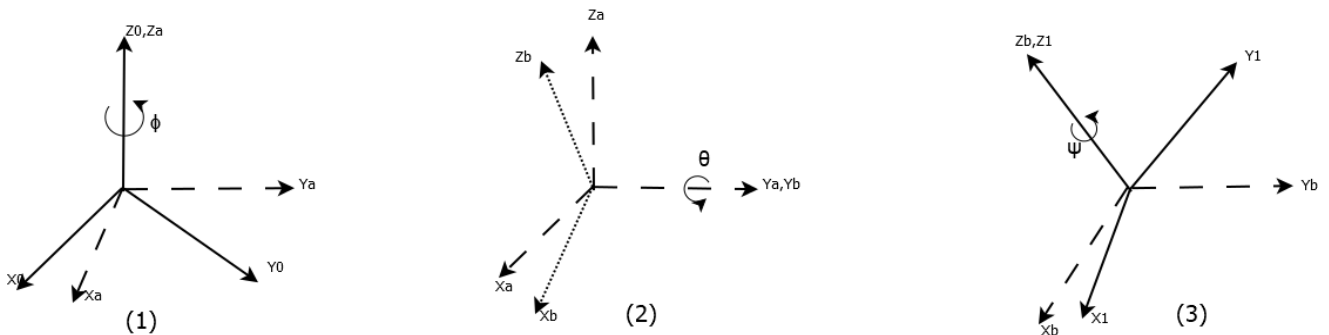


Figure 2.03 : Rotation par angle d'Euler

Trois rotations autour des axes courant x, y et z

Rotation de ϕ autour de z_0

Rotation de θ autour de y_a

Rotation de ψ autour de z_1

$$R_{zyz} = R_{z,\phi} R_{y,\theta} R_{z,\psi}$$

$$= \begin{bmatrix} c_\phi & -s_\phi & 0 \\ s_\phi & c_\phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_\theta & 0 & s_\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_\theta & 0 & c_\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_\psi & -s_\psi & 0 \\ s_\psi & c_\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} c_\phi c_\theta c_\psi - s_\phi s_\psi & -c_\phi c_\theta s_\psi - s_\phi c_\psi & c_\phi s_\theta \\ s_\phi c_\theta c_\psi + c_\phi s_\psi & -s_\phi c_\theta s_\psi + c_\phi c_\psi & s_\phi s_\theta \\ -s_\theta c_\psi & s_\theta s_\psi & c_\theta \end{bmatrix} \quad (2.06)$$

2.3.2.3 Translation et rotation

Rotation R_1^0 par rapport à $0_0x_0y_0z_0$

Translation d_1^0 par rapport à $0_0x_0y_0z_0$

$$P^0 = R_1^0 P^1 + d_1^0 \quad (2.07)$$

Forme générale d'une matrice de transformation homogène

$$H = \begin{bmatrix} R & d \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.08)$$

Avec : R une matrice de rotation

d vecteur de translation

inverse de la matrice de transformation homogène

$$H^T = \begin{bmatrix} R^T & -R^T d \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.09)$$

On rajoute 1 aux vecteurs P^0 et P^1 : $P^0 = \begin{bmatrix} P^0 \\ 1 \end{bmatrix}$

$$P^1 = \begin{bmatrix} P^1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

On a alors :

$$P^0 = H_1^0 P^1 \quad (2.10)$$

Où P^0 est la coordonnée du point P dans le repère R^0

P^1 est la coordonnée du point P dans le repère R^1

a) Matrice de translation pure homogène

Soit $\text{Trans}(a, b, c)$ une transformation qui désigne la translation de a, b, c le long des axes respectives x, y, z .

Les transformations de base sont données par :

$$\text{Trans}(x, a) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

Translation de longueur a le long de l'axe x

$$\text{Trans}(y, b) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & b \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

Translation de longueur b le long de l'axe y

$$\text{Trans}(z, d) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & c \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

Translation de longueur d le long de l'axe z

b) Matrice de rotation homogène

On définit $\text{Rot}(x, \alpha)$ la transformation qui s'exprime :

$$\text{Rot}(x, \alpha) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_\alpha & -s_\alpha & 0 \\ 0 & s_\alpha & c_\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

$\text{Rot}(x, \alpha)$ désigne la rotation d'un angle α autour de l'axe x

De la même façon on définit la rotation d'un angle β autour de l'axe y

$$\text{Rot}(y, \beta) = \begin{bmatrix} c_\beta & 0 & s_\beta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -s_\beta & 0 & c_\beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

Et la rotation d'un angle γ autour de l'axe z

$$\text{Rot}(z, \gamma) = \begin{bmatrix} c_\gamma & -s_\gamma & 0 & 0 \\ s_\gamma & c_\gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

2.3.2.4 Application de la matrice de transformation homogène

La matrice de transformation homogène correspondant à une rotation de α autour de x suivi d'une translation de longueur b le long de x, puis une translation de longueur d le long de z et une rotation θ autour de z.

$$H = \text{Rot}(x, \alpha) \text{Trans}(x, b) \text{Trans}(z, d) \text{Rot}(z, \theta)$$

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_\alpha & -s_\alpha & 0 \\ 0 & s_\alpha & c_\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & b \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_\theta & -s_\theta & 0 & 0 \\ s_\theta & c_\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

On fait un produit matriciel pour obtenir la matrice de transformation homogène :

$$\text{D'où } H = \begin{bmatrix} c_\theta & -s_\theta & 0 & b \\ c_\alpha s_\theta & c_\alpha c_\theta & -s_\alpha & -d s_\alpha \\ s_\alpha s_\theta & s_\alpha c_\theta & c_\alpha & d c_\alpha \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

2.4 Modèle géométrique du robot

2.4.1 Coordonnées articulaires et opérationnelles

a) Coordonnée articulaire

Ensemble des coordonnées articulaires avec chaque coordonnée exprimée pour l'articulation dans son propre son axe.

Articulation rotoïde : angle θ_i

Articulation prismatique : déplacement d_i

b) Coordonnée opérationnelle

Ce sont les coordonnées de l'organe terminale par rapport au repère de base, ces coordonnées sont données par la matrice de transformation homogène pour passer du repère de l'organe terminale au repère de base. Il s'agit de la position et de l'orientation de l'organe terminale par rapport au repère de base qui est aussi appelé repère universel ou espace des tâches.

$$H = \begin{bmatrix} R_n^0 & O_n^0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

R_n^0 : orientation de R_n par rapport à R_0

O_n^0 : position de R_n par rapport à R_0

R_n^0, O_n^0 : coordonnées opérationnelles

2.4.2 Modèle géométrique direct (MGD)

Le modèle géométrique direct permet d'obtenir les coordonnées opérationnelles en fonction des coordonnées articulaires.

$$X = f(q)$$

X : coordonnées opérationnelles

q : coordonnées articulaires

$$q = [q_1 q_2 \dots q_n]^T, q_i = \begin{cases} \theta_i & \text{si } i \text{ est sphérique} \\ d_i & \text{si } i \text{ est prismatique} \end{cases}$$

Les capteurs fournissent les coordonnées articulaires θ_i et d_i . Le modèle géométrique directe utilise ces informations pour obtenir la position et l'orientation de l'organe terminal (ou du repère lié à ce dernier) dans l'espace opérationnel (par rapport au repère fixe lié à la base).

2.4.2.1 Méthode de Denavit-Hartenberg

Méthodologie à suivre pour décrire les robots à structure ouverte simples.

Une structure ouverte simple est composée de $n+1$ segments notés $B_0 \dots B_n$ et de n articulations.

Le segment 0 désigne la base et le segment n c'est le segment qui porte l'organe terminal.

L'articulation i relie le segment $i-1$ et le segment i et le référentiel i $0_i x_i y_i z_i$ est lié au segment i , il est fixe par rapport au segment.

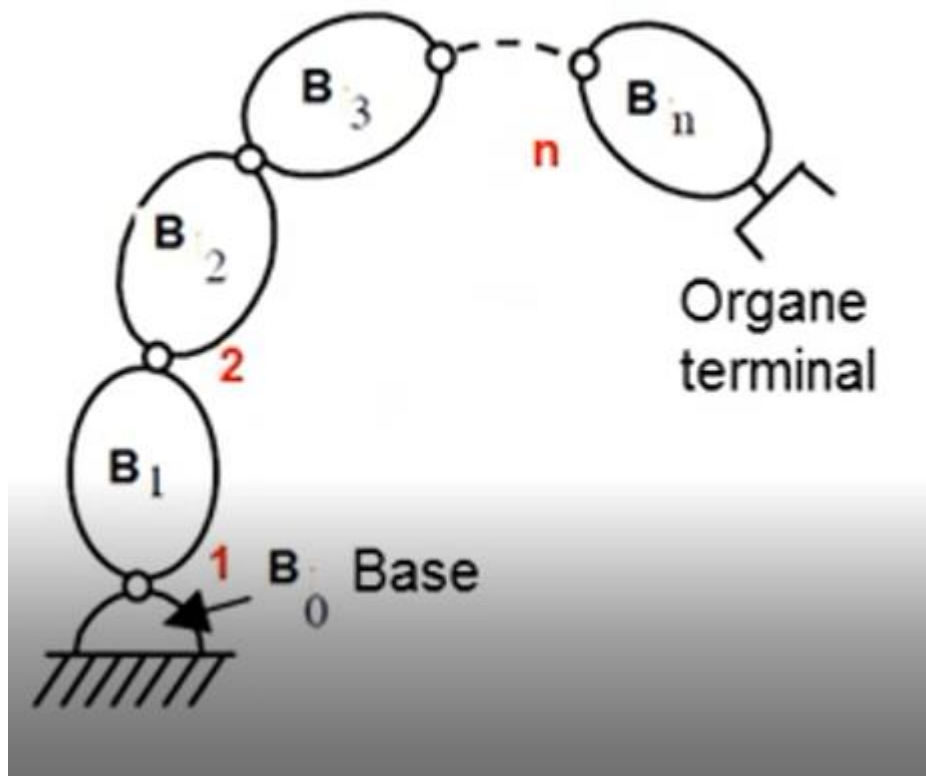


Figure 2.04 : Structure d'un bras robotique

2.4.2.2 Principe

Fixer des repères à chaque corps du robot.

Calculer les matrices homogènes entre chaque corps.

Calculer la matrice homogène entre la base et l'organe terminal.

2.4.2.3 Hypothèses :

On suppose que le robot est constitué d'un chaînage de $n+1$ segments et de n articulation rotoïde ou prismatiques. La convention pour le choix des repères qui doit satisfaire les conditions suivantes :

Pour chacun des deux repères successifs qu'on appellera $0_0x_0y_0z_0$ et $0_1x_1y_1z_1$:

L'axe x_1 est perpendiculaire à z_0

L'axe x_1 coupe l'axe z_0

2.4.2.4 Paramètre de Denavit-Hartenberg

Le passage de $0_0x_0y_0z_0$ vers $0_1x_1y_1z_1$ se fait de façon prédéfinie pour obtenir directement la matrice de transformation homogène A.

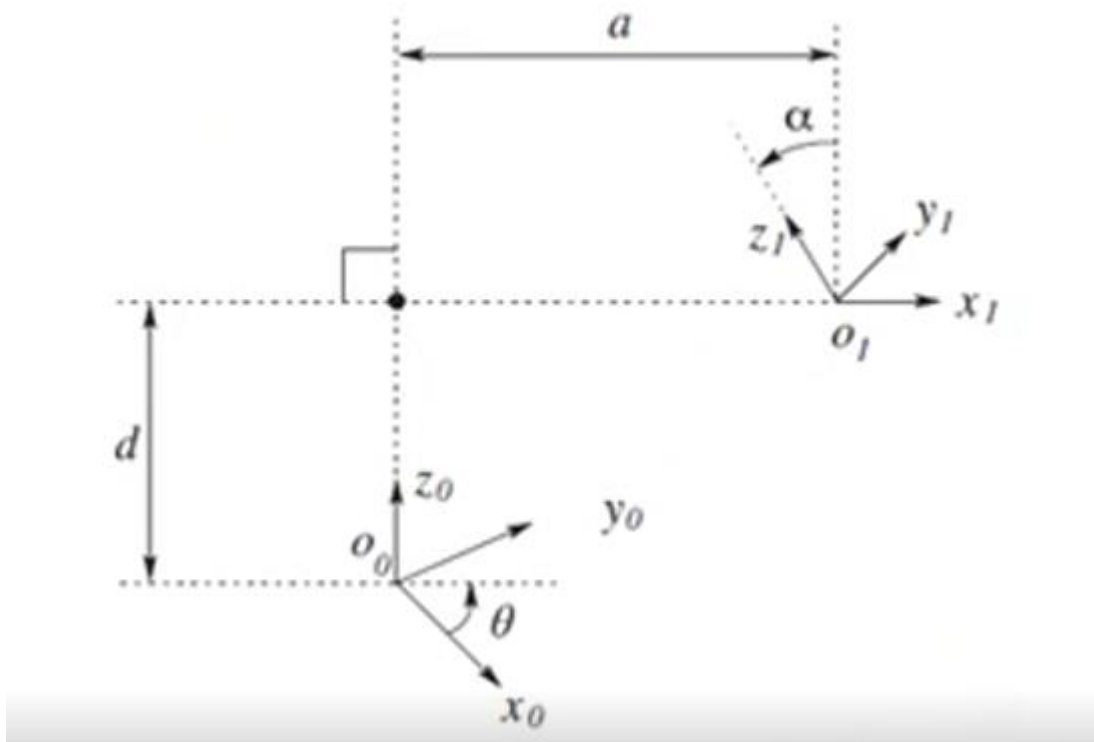


Figure 2.05 : Passage de repère 0 vers repère 1

Le passage de R_0 vers R_1 s'exprime en fonction de quatre paramètres : a, α, d, θ

- **La distance a se mesure selon l'axe des x et représente la longueur du lien.**
- **La rotation α est mesuré par l'angle entre z_{i-1} et z_i .**
- **La distance d est mesuré le long de l'axe z_{i-1} et c'est la distance entre l'origine O_{i-1} et l'intersection entre x_i et z_{i-1} . Si c'est un joint rotoïde : valeur constante.**
- **L'angle θ est mesuré entre x_{i-1} et x_i . Si c'est un joint prismatique, alors l'angle est constant.**

La matrice de transformation homogène A :

$$A = \text{Rot}(z, \theta) \text{Trans}(z, d) \text{Trans}(x, a) \text{Rot}(x, \alpha)$$

$$\begin{aligned}
 & \begin{bmatrix} c_\theta & -s_\theta & 0 & 0 \\ s_\theta & c_\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_\alpha & -s_\alpha & 0 \\ 0 & s_\alpha & c_\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
 & A = \begin{bmatrix} c_\theta & -s_\theta c_\alpha & s_\theta s_\alpha & a c_\theta \\ s_\theta & c_\theta c_\alpha & -s_\alpha c_\theta & a s_\theta \\ 0 & s_\alpha & c_\alpha & d \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.16)
 \end{aligned}$$

a) Convention pour le choix des repères

z_i est l'axe de l'articulation $i+1$, z_0 est l'axe d'articulation 1 et z_1 est l'axe d'articulation 2. Si l'articulation $i+1$ est rotoïde, z_i est son axe de rotation et s'il est prismatique, z_i est son axe de translation. Le choix de O_0, x_0 et y_0 n'est soumis à aucune contrainte. Le $O_0 x_0 y_0 z_0$ doit être orthogonal et orienté directement.

Le repère $O_i x_i y_i z_i$ est déterminé à partir du repère $O_{i-1} x_{i-1} y_{i-1} z_{i-1}$ en respectant les deux hypothèses :

- **L'axe x_i est perpendiculaire à l'axe z_{i-1}**
- **L'axe x_i coupe l'axe z_{i-1}**

3 cas possible :

z_{i-1} et z_i ne sont pas coplanaires

z_{i-1} et z_i sont parallèles ou identiques

z_{i-1} et z_i se coupent

Cas 1 z_{i-1} et z_i ne sont pas coplanaires

Il existe dans ce cas une seule droite perpendiculaire à z_{i-1} et z_i . Elle s'appelle la normale.

Choix de x_i : normale commune à z_{i-1} et z_i dirigé de z_{i-1} vers z_i .

Choix de 0_i : point d'intersection de la normale commune à z_{i-1} et z_i avec z_i .

Choix de y_i : déterminé directement pour que la repère $0_i x_i y_i z_i$ soit orienté directement

Cas 2 z_{i-1} et z_i sont parallèles ou identiques

Dans ce cas $\alpha_i=0$

Choix de x_i : toutes les droites perpendiculaires à z_{i-1} et z_i vérifient les conditions et peuvent être utilisés comme axe x_i (il y en a une infinité)

La direction de x_i est quelconque : de z_{i-1} vers z_i ou inversement. On choisit généralement x_i comme la perpendiculaire à z_{i-1} qui passe par 0_{i-1} .

Le point 0_i est l'intersection de l'axe x_i choisi avec l'axe z_i . Pour ce choix de x_i et 0_i on a $d_i=0$.

Cas 3 z_{i-1} et z_i se coupent

Choix de x_i : perpendiculaire au plan formé par z_{i-1} et z_i . La direction de x_i est quelconque.

Choix de 0_i : tout point de l'axe z_i . Un choix commun pour le point 0_i est l'intersection z_{i-1} et z_i .

Pour ce choix de x_i et 0_i on a $a_i = 0$.

b) Valeur des paramètres de la matrice de transformation

a_i et α_i sont toujours constant

Si l'articulation prismatique : θ_i constant et d_i variable.

Si l'articulation rotoïde : d_i constant et θ_i variable.

Si z_{i-1} et z_i sont parallèles alors α_i .

Si z_{i-1} et z_i sont parallèle et x_i choisi perpendiculaire à z_{i-1} et passe par 0_{i-1} et le point 0_i choisi à l'intersection de l'axe x_i avec l'axe z_i alors $d_i = 0$.

Si z_{i-1} et z_i se coupent et x_i et 0_i est l'intersection de z_{i-1} et z_i alors $a_i = 0$

Sens positif de θ_i et α_i

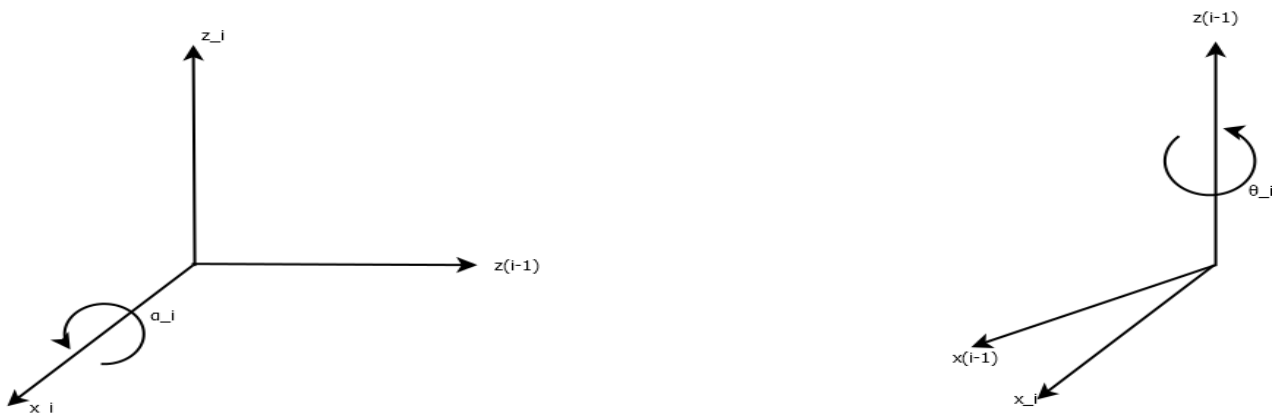


Figure 2.06 : Sens positif de α et θ

c) Table de Denevit-Hartenberg

Tableau 2.01 : Table de Denavit-Hartenberg

Liens (links)	a_i	α_i	d_i	θ_i
1	a_1	α_1	d_1	θ_1
.
.
.
.
i	a_i	α_i	d_i	θ_i

2.4.3 Application : paramètre de Denavi-Harteberg

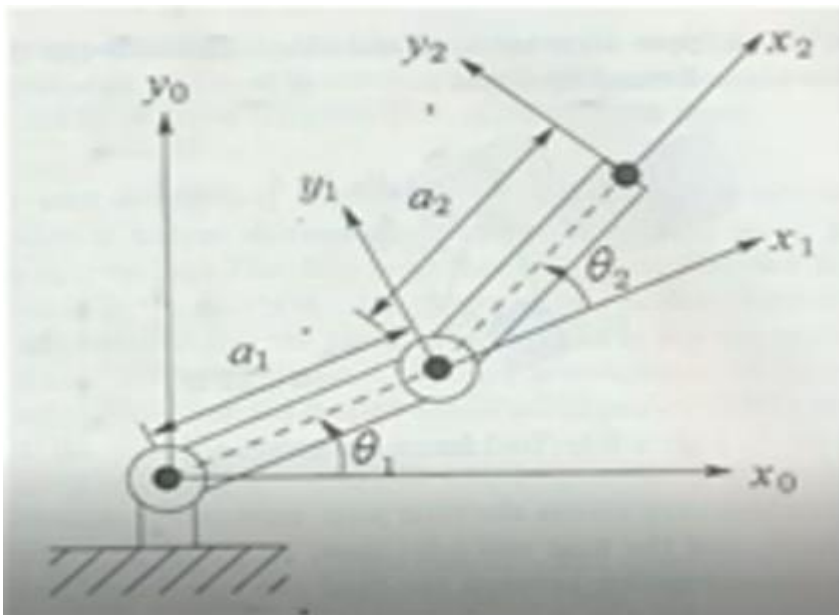


Figure 2.07 : Schéma de l'application

Longueur des deux liens : a_1 et a_2 (rien selon l'axe des z) mais il y a des rotations selon les z : θ_1 et θ_2

Tableau 2.02 : Table de Denavit-Hartenberg pour 'application

Links	a_i	α_i	d_i	θ_i
1	a_1			θ_1
2	a_2			θ_2

Nous aurons donc les deux matrices suivantes :

$$A_1 = \begin{bmatrix} c_1 & -s_1 & 0 & a_1 c_1 \\ s_1 & c_1 & 0 & a_1 s_1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; A_2 = \begin{bmatrix} c_2 & -s_2 & 0 & a_2 c_2 \\ s_2 & c_2 & 0 & a_2 s_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_{02} = \begin{bmatrix} c_{1+2} & -s_{1+2} & 0 & a_1 c_1 + a_2 c_{1+2} \\ s_{1+2} & c_{1+2} & 0 & a_1 s_1 + a_2 s_{1+2} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

2.4.4 Modèle géométrique inverse (MGI)

2.4.4.1 Introduction

Le modèle géométrique direct d'un robot permet de calculer les coordonnées opérationnelles donnant la situation de l'organe terminal en fonction des coordonnées articulaires.

Le problème inverse consiste à calculer les coordonnées correspondant à une situation donnée de l'organe terminal. Lorsqu'elle existe, la forme explicite qui donne toutes les solutions possibles (il y a rarement de solution) constitue le modèle géométrique inverse.

[Cours_modelisationdes_robots.pdf]

L'objectif du modèle géométrique inverse est de calculer les variables articulaires d'un robot en fonction de la pose de son effecteur.

$$q = f(X)$$

2.4.4.2 Calcul du modèle géométrique inverse par la méthode de Paul

La matrice de transformation homogène est :

$${}^0T_P = {}^0T_1 \cdot {}^1T_2 \cdot {}^2T_3 \cdot {}^3T_4 \cdot {}^4T_5 \cdot {}^5T_P$$

La matrice de transformation décrivant l'orientation et la position désirée de l'organe terminale est

$$U_0 = \begin{bmatrix} S_x & N_x & A_x & P_x \\ S_y & N_y & A_y & P_y \\ S_z & N_z & A_z & P_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

L'équation à résoudre est $U_0 = {}^0T_1 \cdot {}^1T_2 \cdot {}^2T_3 \cdot {}^3T_4 \cdot {}^4T_5 \cdot {}^5T_P$

Pour trouver les solutions de l'équation, Paul a proposé une méthode qui consiste à pré multiplier successivement les deux membres de l'équation par les matrices ${}^jT_{j-1}$ pour j variant de 1 à $n-1$, opérations qui permettent d'isoler et d'identifier l'une après l'autre les variables articulaires que l'on cherche.

1^{ère} itération à résoudre :

$${}^1T_0 \cdot U_0 = {}^1T_2 \cdot {}^2T_3 \cdot {}^3T_4 \cdot {}^4T_5 \cdot {}^5T_P$$

2^{ème} itération à résoudre :

$${}^2T_1.{}^1T_0.U_0 = {}^2T_3.{}^3T_4.{}^4T_5.{}^5T_P$$

3^{ème} itération à résoudre :

$${}^3T_2.{}^2T_1.{}^1T_0.U_0 = {}^3T_4.{}^4T_5.{}^5T_P$$

4^{ème} itération à résoudre :

$${}^4T_3.{}^3T_2.{}^2T_1.{}^1T_0.U_0 = {}^4T_5.{}^5T_P$$

5^{ème} itération à résoudre :

$${}^5T_4.{}^4T_3.{}^3T_2.{}^2T_1.{}^1T_0.U_0 = {}^5T_P$$

Alors on a :

$${}^1T_0.U_0 = {}^1T_2.{}^2T_3.{}^3T_4.{}^4T_5.{}^5T_P$$

$${}^2T_1.{}^1T_0.U_0 = {}^2T_3.{}^3T_4.{}^4T_5.{}^5T_P$$

$${}^3T_2.{}^2T_1.{}^1T_0.U_0 = {}^3T_4.{}^4T_5.{}^5T_P$$

$${}^4T_3.{}^3T_2.{}^2T_1.{}^1T_0.U_0 = {}^4T_5.{}^5T_P$$

$${}^5T_4.{}^4T_3.{}^3T_2.{}^2T_1.{}^1T_0.U_0 = {}^5T_P$$

2.5 Modèle cinématique du robot

2.5.1 Modèle cinématique directe (MCD)

Le modèle cinématique directe d'un robot manipulateur décrit les vitesses des coordonnées opérationnelles en fonction des vitesses articulaires.

L'objectif du modèle cinématique directe est de passer des vitesses de l'espace articulaire aux vitesses dans l'espace cartésien.

$$\frac{\partial}{\partial t} [\theta_x \theta_y \theta_z P_x P_y P_z]^T = \text{MCD} (q, \dot{q}) \quad (2.18)$$

On notera la vitesse généralisée d'un corps i exprimé dans un repère j : ${}^jV_i \in \mathbb{R}^6$ avec

$${}^jV_i = \begin{bmatrix} {}^jw_i \\ {}^jv_i \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

Avec ${}^jw_i \in \mathbb{R}^3$ la vitesse de rotation suivant les axes x , y et z , et ${}^jv_i \in \mathbb{R}^3$ la vitesse de translation suivant les axes x , y et z .

On note V_i la vitesse généralisée du corps i dans le repère de référence.

2.5.1.1 Changement de repère

La transformation du repère i exprimé dans le repère j s'exprime

$${}^jT_i = \begin{bmatrix} {}^jR_i & {}^jP_i \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

Pour exprimer la vitesse du repère A dans le repère j à partir de la vitesse du repère A exprimé dans le repère i

$${}^jV_A = \begin{bmatrix} {}^jW_A \\ {}^jV_A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}^jR_i \cdot {}^iW_A \\ {}^jR_i \cdot {}^iV_A + S({}^jP_i) \cdot {}^jR_i \cdot {}^iW_A \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

Avec la matrice S(P) correspond au produit vectoriel entre le vecteur $P = [P^x, P^y, P^z]^T$ et le vecteur avec lequel elle est multipliée :

$$S(p) = \begin{bmatrix} 0 & -P^z & P^y \\ P^z & 0 & -P^x \\ -P^y & P^x & 0 \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

On introduit la transformation généralisée jT_i tel que

$${}^jT_i = \begin{bmatrix} {}^jR_i & 0 \\ S({}^jP)_i {}^jR_i & {}^jR_i \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

On peut donc calculer la vitesse d'une corp A exprimé dans le repère i dans un autre repère j

$${}^jV_A = {}^jT_i \cdot {}^iV_A$$

L'inverse de la matrice jT_i est égal à ${}^iT_j = {}^jT_i^{-1}$ et peut se calculer de la même manière grâce à iT_j

2.5.1.2 Calcul récursif

On part du repère de référence en allant vers l'effecteur et on l'exprime la vitesse du corps précédents (antécédent), dans le repère courant et on ajoute la vitesse liée à l'actionneur

$${}^iV_i = {}^iT_{a(i)} \cdot {}^{a(i)}V_{a(i)} + \Phi_i \cdot \dot{q}_I$$

Avec Φ_i un vecteur lié au type de l'articulation. Par exemple pour une articulation pivot suivant l'axe z on a $\Phi_i = [0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0]^T$

Au final on obtient la vitesse ${}^{eff}V_{eff}$ la vitesse de l'effecteur exprimé dans son repère, il suffit de l'exprimer dans le repère souhaité

$${}^0V_{eff} = {}^0T_{eff} \cdot {}^{eff}V_{eff}$$

2.5.1.3 Utilisation de la Jacobienne

Le modèle géométrique direct (MGD) définit par

$$X = \begin{bmatrix} \theta_x \\ \theta_y \\ \theta_z \\ P_x \\ P_y \\ P_z \end{bmatrix} = \text{MGD}(q) \quad (2.24)$$

On définit V un vecteur à six dimensions contenant les trois vitesses de rotation et les trois vitesses de translation

$$\dot{X} = \frac{\partial X}{\partial t} = V = [w_x w_y w_z v_x v_y v_z]^T$$

$$\dot{X} = \begin{bmatrix} w_x \\ w_y \\ w_z \\ v_x \\ v_y \\ v_z \end{bmatrix} = \frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} \theta_x \\ \theta_y \\ \theta_z \\ P_x \\ P_y \\ P_z \end{bmatrix} = \frac{\partial \text{MGD}(q)}{\partial t} = \frac{\partial \text{MGD}(q)}{\partial t} \cdot \frac{\partial q}{\partial t} \quad (2.25)$$

$$= \frac{\partial \text{MGD}(q)}{\partial q} \cdot \dot{q}$$

On définit la matrice Jacobienne $J(q) \in \mathbb{R}^{6 \times n}$ (6 dans le cas général) où n est le nombre d'articulation.

$$J(q) = \frac{\partial \text{MGD}(q)}{\partial q}$$

On obtient

$$\dot{X} = J(q) \dot{q} \quad (2.26)$$

2.5.2 Modèle cinématique inverse (MCI)

Le modèle cinématique inverse (MCI) permet de calculer les vitesses articulaires à partir de la vitesse de l'effecteur.

$$\dot{q} = \text{MCI}(V) \quad (2.27)$$

Il n'existe pas de méthode pour calculer de manière itérative les vitesses articulaires mais on peut se baser sur la jacobienne.

2.5.2.1 Utilisation de la pseudo-inverse

Une solution est de considérer la pseudo-inverse de Moore-Penrose :

$$\dot{q} = J_{(q)}^+ V \quad (2.28)$$

Dans la plupart des robots redondants, il n'y a pas qu'une solution \dot{q} qui fait que $V = J(q) \cdot \dot{q}$.

L'utilisation de la pseudo-inverse est une méthode qui permet d'en donner une (si elle existe)

La pseudo-inverse de Moore-Penrose est une matrice qui vérifie que

$$J(q)^+ \times J(q) = I$$

Et qui a la particularité de minimiser la norme du vecteur \dot{q} quand :

$$\dot{q} = J^+(q) \times V$$

La pseudo inverse s'écrit

$$J(q)^+ = (J(q)^T \times J(q))^{-1} \times J(q)^T \quad (2.28)$$

2.5.2.2 Notion de singularité

Pour les robots série, l'utilisation de la pseudo-inverse peut amener à une singularité. En effet si $\det(J(q)) = 0$, la matrice $(J(q)^T \times J(q))$ n'est plus inversible. Ceci se traduit par le fait que le robot perd localement la possibilité d'engendrer une vitesse dans certaines directions ou qu'il est en limite de l'espace de travail.

2.6 Modèle dynamique du robot

2.6.1 Modèle dynamique directe (MDD)

Le modèle dynamique directe est généralement utilisé pour effectuer la simulation du système. Le modèle dynamique directe calcule les accélérations articulaires en fonction des positions, vitesses et couples articulaires et des efforts extérieurs.

$$\ddot{q} = \text{MDD}(q, \dot{q}, \Gamma, fe) \quad (2.29)$$

\ddot{q} : le vecteur de l'accélération articulaire.

q : le vecteur de la position articulaire.

\dot{q} : le vecteur de la vitesse articulaire.

Γ : c'est le vecteur colonne des couples/forces des actionneurs, selon que l'articulation est rotoïde ou prismatique.

fe : c'est l'effort extérieur (forces et couples), à exercer par l'organe terminal.

On peut définir le modèle dynamique directe sous forme matricielle :

$$\ddot{q} = A^{-1}(q) (\Gamma - C(q, \dot{q}) - G(q) - J^T(q)fe)$$

L'inversion de la matrice d'inertie peut être coûteuse en temps de calcul. On peut également calculer le modèle dynamique directe suivant un algorithme itératif en 3 récurrences.

2.6.2 Modèle dynamique inverse (MDI)

Le modèle dynamique inverse (aussi appelé modèle dynamique) permet de relier les efforts articulaires (couples, forces), aux trajectoires articulaires et aux efforts extérieurs.

$$\Gamma = \text{MDI}(q, \dot{q}, \ddot{q}, f_e) \quad (2.30)$$

Avec :

Γ : les efforts articulaires (couples pour les liaisons rotoïdes, forces pour les liaisons glissières)

q : les positions articulaires

\dot{q} : les vitesses articulaires

\ddot{q} : les accélérations articulaires

2.6.2.1 Formalisme de Lagrange

Le formalisme de Lagrange décrit les équations du mouvement en termes de travail et d'énergie.

$$\forall i \dots n, \Gamma_i = \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial L}{\partial q_i}$$

Avec:

L : le Lagrangien du système, égal à $E - U$

E : énergie cinétique total du système

U : énergie potentielle total du système.

L'énergie cinétique se calcul à partir de la matrice d'inertie $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$

$$E = \frac{1}{2} \dot{q}^T A \dot{q}$$

Forme générale

Le modèle dynamique inverse peut se mettre sous la forme suivante

$$\Gamma = A_{(q)} \ddot{q} + C_{(q, \dot{q})} + G_{(q)} + J^T_{(q)} f_e \quad (2.31)$$

Avec :

$A_{(q)} \ddot{q} \in \mathbb{R}^{n \times n}$: la matrice d'inertie (symétrie, définie positive)

$C_{(q, \dot{q})} \in \mathbb{R}^{n \times 1}$: représente les effets Coriolis et centrifuges.

$G_{(q)} \in \mathbb{R}^{n \times 1}$: représente les effets de la gravité.

$J^{T(q)} \in \mathbb{R}^{6 \times n}$: la matrice Jacobienne (si on considère un seul effort extérieur de 6 dimensions)

Pour les robots avec un grand nombre de degrés de liberté, les calculs des matrices et vecteurs peut nécessiter un grand nombre de calculs.

2.6.2.2 Algorithme de Newton-Euler

L'algorithme de Newton-Euler calcul le MDI en deux récurrences :

La récurrence avant part du repère de référence vers l'effecteur pour calculer les positions, vitesse et accélérations de chaque corps, ainsi que l'effort lié au mouvement.

La récurrence arrière part de l'effecteur vers le repère de référence en faisant le bilan des efforts sur chaque corps.

a) La récurrence avant

Comme le modèle cinématique directe est

$${}^iV_i = {}^iT_{a(i)} \cdot {}^{a(i)}V_i + \phi_i \cdot q_i$$

Modèle cinématique directe du second ordre :

$${}^iV_i = {}^iT_{a(i)} \cdot a(i)V_i + \begin{bmatrix} 0 \\ {}^iRa(i) \ a(i) \ wa(i)iPa(i) \end{bmatrix} + \phi_i \cdot \ddot{q}_i + \dot{\phi}_i \cdot \dot{q}_i \quad (2.32)$$

efforts liés au mouvement:

$${}^iF_i = I_i \dot{V}_i + {}^iV_i \times I_i V_i - {}^iT_{F_0} \cdot {}^0F_i^e$$

La matrice d'inertie généralisée $\tilde{I} \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$ avec $I \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ la matrice d'inertie, m la masse du corps et $h \in \mathbb{R}^3$ la position du centre de masse

$$I = \begin{bmatrix} \tilde{I} & S(h) \\ S(h)^T & m \times I_{3 \times 3} \end{bmatrix} \quad (2.33)$$

On peut prendre en compte les effets de la gravité en initialisant 0V_0 .

b) La récurrence arrière

Impact de l'effort sur l'articulation

$$T_i = \phi_i^T \cdot {}^iF_i$$

Propagation de l'effort vers le corps de référence

$${}^{a(i)}F_{a(i)} = {}^{a(i)}F_{a(i)} + {}^iT_{a(i)}^T \cdot {}^iF_i \quad (2.34)$$

2.7 Dimensionnement du robot à réaliser

Pour notre cas, le robot manipulateur est constitué de 3 segments et 3 articulations rotoïde ainsi qu'un organe terminal, c'est un robot manipulateur de type RRR. Nous allons appliquer les modèles mathématiques vue ci-dessus sur ce robot.

2.7.1 Modèle géométrique du robot

2.7.1.1 Modèle géométrique directe

A l'aide des paramètres de Denavit-Hartenberg, nous allons trouver les coordonnées opérationnelles du robot en fonction des coordonnées articulaire.

Plaçons les repères selon la convention pour le choix des repères de Denavit-Hartenberg.

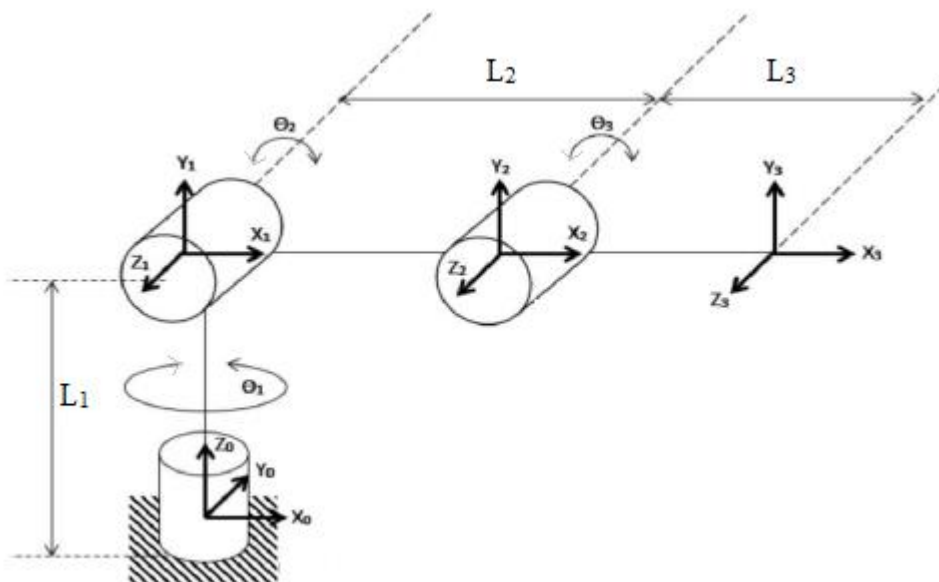


Figure 2.08 : Choix des repères selon la convention de DH.

Table de Denavit-Hartenberg

Tableau 2.03 : Table de Denavit-Hartenberg du robot

Lien	a	α	d	θ
1	0	$\pi/2$	L_1	θ_1
2	L_2	0	0	θ_2
3	L_3	0	0	θ_3

$$T_{0,1} = \begin{bmatrix} c_{\theta_1} & -s_{\theta_1}c_{\alpha_1} & s_{\theta_1}s_{\alpha_1} & a_1c_{\theta_1} \\ s_{\theta_1} & c_{\theta_1}c_{\alpha_1} & -s_{\alpha_1}c_{\theta_1} & a_1s_{\theta_1} \\ 0 & s_{\alpha_1} & c_{\alpha_1} & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_1 & 0 & s_1 & 0 \\ s_1 & 0 & -c_1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & L_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.35)$$

$$T_{1,2} = \begin{bmatrix} c_{\theta 2} & -s_{\theta 2} c_{\alpha 2} & s_{\theta 2} s_{\alpha 2} & a_2 c_{\theta 2} \\ s_{\theta 2} & c_{\theta 2} c_{\alpha 2} & -s_{\alpha 2} c_{\theta 2} & a_2 s_{\theta 2} \\ 0 & s_{\alpha 2} & c_{\alpha 2} & d_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_2 & -s_2 & 0 & L_2 c_2 \\ s_2 & c_2 & 0 & L_2 s_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.36)$$

$$T_{2,3} = \begin{bmatrix} c_{\theta 3} & -s_{\theta 3} c_{\alpha 3} & s_{\theta 3} s_{\alpha 3} & a_3 c_{\theta 3} \\ s_{\theta 3} & c_{\theta 3} c_{\alpha 3} & -s_{\alpha 3} c_{\theta 3} & a_3 s_{\theta 3} \\ 0 & s_{\alpha 3} & c_{\alpha 3} & d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_3 & -s_3 & 0 & L_3 c_3 \\ s_3 & c_3 & 0 & L_3 s_3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.37)$$

Le modèle géométrique directe est $T_0^3 = T_0^1 \cdot T_1^2 \cdot T_2^3$

MGD = T_0^3

$$\text{MGD} = \begin{bmatrix} c_1 c_{23} & -c_1 s_{23} & s_1 & c_1 (L_3 c_{23} + L_2 c_2) \\ s_1 c_{23} & -s_1 s_{23} & -c_1 & s_1 (L_3 c_{23} + L_2 c_2) \\ s_{23} & c_{23} & 0 & L_3 s_{23} + L_2 s_2 + L_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.38)$$

2.7.1.2 Modèle géométrique inverse

Calculons les variables articulaires du robot en fonction de la pose de l'effecteur.

On sait que $U_0 = {}^0T_1 \cdot {}^1T_2 \cdot {}^2T_3$

Or

$$U_0 = \begin{bmatrix} S_x & N_x & A_x & P_x \\ S_y & N_y & A_y & P_y \\ S_z & N_z & A_z & P_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.39)$$

Et 0T_3 est le MGD d'où

$$U_0 = \text{MGD} = \begin{bmatrix} S_x & N_x & A_x & P_x \\ S_y & N_y & A_y & P_y \\ S_z & N_z & A_z & P_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_1 c_{23} & -c_1 s_{23} & s_1 & c_1 (L_3 c_{23} + L_2 c_2) \\ s_1 c_{23} & -s_1 s_{23} & -c_1 & s_1 (L_3 c_{23} + L_2 c_2) \\ s_{23} & c_{23} & 0 & L_3 s_{23} + L_2 s_2 + L_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.40)$$

Calculons directement θ_1 à partir de A_x et A_y

$$A_x = s_1$$

$$-A_y = c_1$$

Donc

$$\theta_1 = \text{Atan2}(A_x, -A_y) \quad (2.41)$$

Calcul de θ_2 à partir de P_x et P_y

$$P_x = c_1(L_3c_{23} + L_2c_2)$$

$$P_z = L_3s_{23} + L_2s_2 + L_1$$

Donc on obtient

$$c_2 = \frac{P_x - c_1L_3c_{23}}{L_2c_1} \quad (2.42)$$

Et

$$s_2 = \frac{P_z - L_3s_{23} - L_1}{L_2} \quad (2.43)$$

D'où

$$\theta_2 = \text{Atan2}(s_2, c_2) \quad (2.44)$$

Calcul de θ_3 à partir de S_z et N_z

$$S_z = s_{23}$$

$$N_z = c_{23}$$

$$\text{Posons } \beta = \text{Atan2}(S_z, N_z)$$

Donc

$$\theta_3 = \beta - \theta_2$$

2.7.2 Modèle cinématique du robot

2.7.2.1 Modèle cinématique direct

On notera la vitesse généralisée du robot par

$$V_0^3 = \begin{bmatrix} w_0^3 \\ v_0^3 \end{bmatrix} \quad (2.45)$$

Calcul des vitesses angulaires

Pour une articulation rotoïde la vitesse angulaire est

$$w_i = w_{i-1} + \dot{\theta} z_{i-1} \quad (2.46)$$

z_{i-1} : Vecteur vitesse de l'axe de l'articulation

$$w_0^0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.47)$$

$$w_0^1 = w_0^0 + \theta_1^0 z_0^0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\theta}_1 \end{bmatrix} \quad (2.48)$$

$$w_1^1 = w_0^0 + R_1^0 w_0^1 = \begin{bmatrix} c_1 & s_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ s_1 & -c_1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\theta}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\theta}_1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.49)$$

$$w_1^2 = w_1^1 + \theta_2^0 z_1^1 = \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\theta}_1 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} \quad (2.50)$$

$$W_2^2 = R_2^1 w_1^2 = \begin{bmatrix} c_2 & s_2 & 0 \\ -s_2 & c_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 s_2 \\ \dot{\theta}_1 c_2 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} \quad (2.51)$$

$$W_2^3 = w_2^2 + \theta_3^0 z_2^2 = \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 s_2 \\ \dot{\theta}_1 c_2 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\theta}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 s_2 \\ \dot{\theta}_1 c_2 \\ \dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3 \end{bmatrix}$$

$$W_3^3 = R_3^2 w_2^3 = \begin{bmatrix} c_3 & s_3 & 0 \\ -s_3 & c_3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 s_2 \\ \dot{\theta}_1 c_2 \\ \dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 (c_3 s_2 + s_3 c_2) \\ \dot{\theta}_1 (c_2 c_3 + s_2 s_3) \\ \dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 s_{23} \\ \dot{\theta}_1 c_{23} \\ \dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3 \end{bmatrix} \quad (2.52)$$

$$W_0^3 = R_0^3 w_3^3 = \begin{bmatrix} c_1 s_{23} & -c_1 c_{23} & s_1 \\ s_1 c_{23} & s_1 c_{23} & -c_1 \\ s_{23} & c_{23} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 s_{23} \\ \dot{\theta}_1 c_{23} \\ \dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & s_1 & s_1 \\ 0 & -c_1 & -c_1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_3 \end{bmatrix} \quad (2.53)$$

Calcul des Vitesses linéaires

Pour une articulation rotoïde la vitesse linéaire est

$$v_i = v_{i-1} + w_i P_{i-1,i}$$

$$v_0^0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad v_0^1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$v_1^1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$V_1^2 = v_1^1 + w_1^2 P_1^2 = \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} L_2 c_2 \\ L_2 c_2 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\dot{\theta}_2 L_2 s_2 \\ \dot{\theta}_2 L_2 s_2 \\ -\dot{\theta}_1 L_2 c_2 \end{bmatrix} \quad (2.54)$$

$$v_2^2 = R_2^1 v_1^2 = \begin{bmatrix} c_2 & s_2 & 0 \\ -s_2 & c_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\dot{\theta}_2 L_2 s_2 \\ \dot{\theta}_2 L_2 s_2 \\ -\dot{\theta}_1 L_2 c_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\theta}_2 L_2 \\ \dot{\theta}_1 L_2 c_2 \end{bmatrix} \quad (2.55)$$

$$V_2^3 = v_2^2 + w_2^3 P_2^3 = \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\theta}_2 L_2 \\ \dot{\theta}_1 L_2 c_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 s_2 \\ \dot{\theta}_1 c_2 \\ \dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} L_3 c_3 \\ L_3 s_3 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -L_3 s_3 (\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3) \\ \dot{\theta}_2 L_2 + L_3 c_3 (\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3) \\ -\dot{\theta}_1 L_3 c_{23} \end{bmatrix} \quad (2.56)$$

$$v_2^2 = R_2^1 v_1^2 = \begin{bmatrix} c_3 & s_3 & 0 \\ -s_3 & c_3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -L_3 s_3 (\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3) \\ \dot{\theta}_2 L_2 + L_3 c_3 (\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3) \\ -\dot{\theta}_1 L_3 c_{23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\theta}_2 L_2 s_3 \\ \dot{\theta}_2 c_3 L_2 + L_3 (\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3) \\ -\dot{\theta}_1 L_2 c_{23} \end{bmatrix} \quad (2.57)$$

$$\begin{bmatrix} -L_3 c_{23} s_1 & L_2 c_1 (s_3 c_{23} - c_3 s_{23}) - L_3 c_1 s_{23} & -L_3 c_1 s_{23} \\ L_3 c_{23} c_1 & L_2 s_1 (s_3 c_{23} - c_3 s_{23}) - L_3 s_1 s_{23} & -L_3 s_1 s_{23} \\ 0 & L_2 (s_3 s_{23} + c_3 c_{23}) + L_3 c_{23} & L_3 c_{23} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_3 \end{bmatrix}$$

D'où le modèle cinématique directe est

$$\begin{bmatrix} v_0^3 \\ w_3^3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -L_3 c_{23} s_1 & L_2 c_1 (s_3 c_{23} - c_3 s_{23}) - L_3 c_1 s_{23} & -L_3 c_1 s_{23} \\ L_3 c_{23} c_1 & L_2 s_1 (s_3 c_{23} - c_3 s_{23}) - L_3 s_1 s_{23} & -L_3 s_1 s_{23} \\ 0 & L_2 (s_3 s_{23} + c_3 c_{23}) + L_3 c_{23} & L_3 c_{23} \\ 0 & s_1 & s_1 \\ 0 & -c_1 & -c_1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_3 \end{bmatrix} \quad (2.58)$$

2.7.2.2 Modèle cinématique inverse

On utilise la matrice jacobienne réduite $J_0(3 \times 3)$, que l'on obtient en éliminant les lignes 3,4 et 6 du MCD

La matrice jacobienne réduite est :

$$\begin{bmatrix} -L_3 c_{23} s_1 & L_2 c_1 (s_3 c_{23} - c_3 s_{23}) - L_3 c_1 s_{23} & -L_3 c_1 s_{23} \\ L_3 c_{23} c_1 & L_2 s_1 (s_3 c_{23} - c_3 s_{23}) - L_3 s_1 s_{23} & -L_3 s_1 s_{23} \\ 0 & -c_1 & -c_1 \end{bmatrix}$$

Le MCI est obtenu par le calcul de $J_0^{-1}(3 \times 3)$ réduite avec le nouveau vecteur \dot{X}

$$\dot{\theta} = J_0^{-1} \dot{X}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -L_3 c_{23} s_1 & L_2 c_1 (s_3 c_{23} - c_3 s_{23}) - L_3 c_1 s_{23} & -L_3 c_1 s_{23} \\ L_3 c_{23} c_1 & L_2 s_1 (s_3 c_{23} - c_3 s_{23}) - L_3 s_1 s_{23} & -L_3 s_1 s_{23} \\ 0 & -c_1 & -c_1 \end{bmatrix} \dot{X}$$

Le déterminant de la matrice est $L_2 L_3 c_{23} c_1 (s_3 c_{23} - c_3 s_{23})$

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_3 \end{bmatrix} = \frac{1}{L_2 L_3 c_{23} c_1 (s_3 c_{23} - c_3 s_{23})} \times \begin{bmatrix} -L_2 s_1 c_1 & L_2 c_1^2 (s_3 c_{23} - c_3 s_{23}) & 0 \\ L_3 c_{23} c_1^2 & L_2 s_1 c_1 s_{23} & -L_3^2 c_{23} s_{23} \\ -c_3 c_{23} c_1^2 & L_3 c_{23} (-L_3 c_{23} + L_2 (s_3 c_{23} - c_3 s_{23})) & L_3 c_{23} (L_3 s_{23} - L_2 (s_3 c_{23} - c_3 s_{23})) \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

2.8 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons vu la modélisation sur les robots manipulateur et aussi sur notre robot à 3 axes. Pour la modélisation d'un robot manipulateur on doit connaître la matrice de transformation homogène qui consiste à combiner la rotation et la translation, il y a trois matrice de translation homogène le long des axe X Y Z et aussi trois matrice de rotation homogène autour des axes X Y et Z . On a vu le modèle géométrique d'un robot en utilisant la méthode de Denavit-Hartenberg, le modèle géométrique inverse par la méthode de Paul et aussi le modèle cinématique et la jacobienne du robot.

CHAPITRE 3 RÉALISATION DU ROBOT MANIPULATEUR

3.1 Introduction

Après avoir vu la généralité et l'étude mathématique dans les chapitres précédents, nous allons parler dans ce chapitre du mode de conception de notre robot, de la structure mécanique, le type de moteur utiliser pour les axes du robot et aussi la partie commande, où on va expliquer comment se fait la commande de notre robot.

3.2 Partie mécanique du bras

Notre projet est consacré à la construction d'un système mécanique capable de se déplacer dans l'espace pour accomplir un objectif établi au préalable. Ce bras manipulateur doit répondre à des contraintes économiques strictes d'une production à faible coûts. La structure mécanique du robot a été conçue pour répondre aussi à quelques préoccupations majeures comme la robustesse de la structure, la puissance de la motorisation pour doter le robot d'une bonne dynamique et la précision dans le déplacement.

3.2.1 Structure mécanique du bras

Notre bras est de type RRR c'est-à-dire possède 3 axes de rotation, articulation rotoïde et 3 degrés de liberté. L'organe terminale du robot manipulateur est une pince qui sert à porter un objet et le choix des matériaux pour le segment du bras manipulateur est déterminé par la masse et la disponibilité des matériaux afin d'équilibrer le poids du robot manipulateur.

Quelques valeurs de caractéristiques physiques de certains matériaux :

Tableau 3.01 : Valeurs des caractéristique physiques des matériaux

Matériaux	Densité massique (en Kg/m ³)
Acier	7800 à 7850
Aluminium	2700
Magnésium	1750 à 1800
Titane	4500
Bois	1150 à 1750
PVC	1350 à 1410

Pour notre bras nous allons réaliser une structure mécanique en bois, c'est un matériau léger mais possède aussi une rigidité acceptable pour notre réalisation.

3.2.2 Elément constitutif de la partie mécanique de notre bras robotique

3.2.2.1 Base

La base du manipulateur est fixe sur le lieu de travail et supporte toutes les charges.



Figure 3.01 : Première articulation rotoïde

Sur la base de notre robot se trouve la première articulation rotoïde. Cette articulation est faite à partir d'engrenage, c'est un engrenage de machine à coudre qui se situe dans la manivelle. On l'a adapté afin de pouvoir tourner ces engrenages avec le moteur.



Figure 3.02 : Base du manipulateur

La base de notre manipulateur est formée de système d'engrenage actionner par un moteur. Elle porte tout le manipulateur.

3.2.2.2 Segment

Le premier segment du robot est en bois sur laquelle est fixé un engrenage pour la facilité de rotation de ce segment.

Longueur :20 cm

Largeur :4 cm

Epaisseur 2cm



Figure 3.03 : Premier segment du robot

Le deuxième segment est fixé de la même façon que le premier. C'est sur ce segment qu'est fixé la pince

Longueur : 12 cm

Largeur : 4 cm

Epaisseur : 2 cm



Figure 3.04 : Deuxième segment du robot

3.2.2.3 Organe terminale

L'organe terminale est une pince actionnée par un servomoteur. L'ouverture et la fermeture du bec de la pince est fait à partir d'un système d'engrenage. Lorsque le servomoteur tourne dans une sens la pince s'ouvre et tourne dans l'autre sens pour fermer la pince.

La figure 3.05 montre la pince :



Figure 3.05 : Organe terminale Pince

3.2.2.4 Transmission engrenage

La transmission des articulations de notre bras se fait par des systèmes d'engrenage. Le système d'engrenage est constitué de deux roues, un plus petit appelé pignon et la partie grand la roue. Les dents de la roue et du pignon s'emboîtent pour donner le système d'engrenage. L'engrenage fait diminuer la vitesse de rotation du segment et de le bien fixer sur le moteur ou l'actionneur.



Figure 3.06 : Système d'engrenage

3.3 Matériels utilisés pour la réalisation du bras robotique

On a choisi ces matériels pour ses disponibilités sur le marché et la facilité de programmation dans le domaine de la robotique.

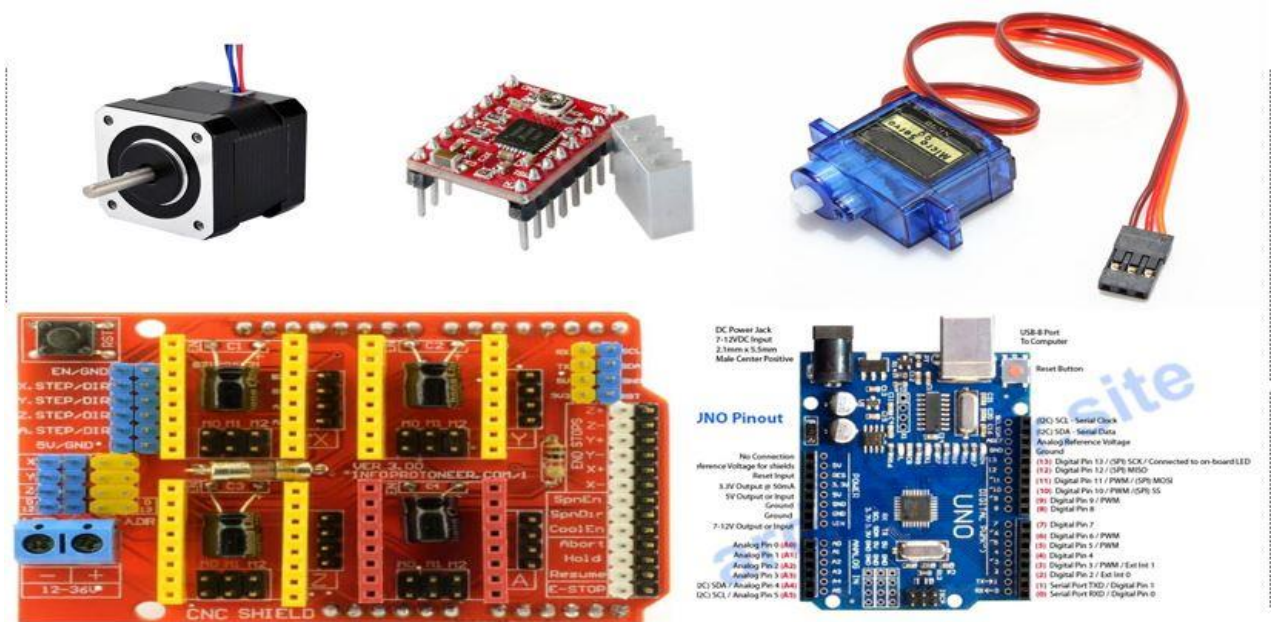


Figure 3.07 : Les matériels utilisés pour la réalisation

3.3.2 Moteur pas à pas

Un moteur pas à pas est un dispositif électromécanique convertissant l'énergie électrique en puissance mécanique. Il est un moteur synchrone sans balais qui peut diviser une rotation complète en un grand nombre d'étapes. Lorsqu'un moteur pas à pas est appliqué avec des impulsions de commande électriques dans la séquence appropriée, l'arbre ou la broche du moteur pas à pas tourne par étapes discrètes, permettant un contrôle précis de la position du moteur sans aucun mécanisme de rétroaction, tant que le moteur est dimensionné pour l'application. Sa structure de base se présente sous la forme de deux pièces séparées mécaniquement, le Stator et le Rotor par une liaison pivot.

Le stator, partie fixe par rapport au bâti, qui permet l'échange de l'énergie électrique, grâce à des fils conducteurs reliés au circuit électrique.

Le rotor, partie mobile par rapport au bâti, qui permet l'échange de l'énergie mécanique, grâce à un arbre accouplé au système mécanique.

Le transfert interne entre énergie électrique et énergie mécanique se fait par l'intermédiaire de l'énergie magnétique, grâce à une interaction entre le champ magnétique inducteur produit par le stator et celui induit dans le rotor.

Les moteurs pas à pas NEMA 17 sont choisis pour notre robots manipulateur.

Nous allons voir les performances du moteur dans le tableau 3.02

Tableau 3.02 : Performance du moteur

Caractéristique	valeur
Courant du moteur (A)	1.2
Tension du moteur (V)	12
Résistance au bobinage (Ω)	7
Etape de révolution (nombre de pas)	200
Configuration	Bipolaire
Angle d'étape ($^\circ$)	1.8

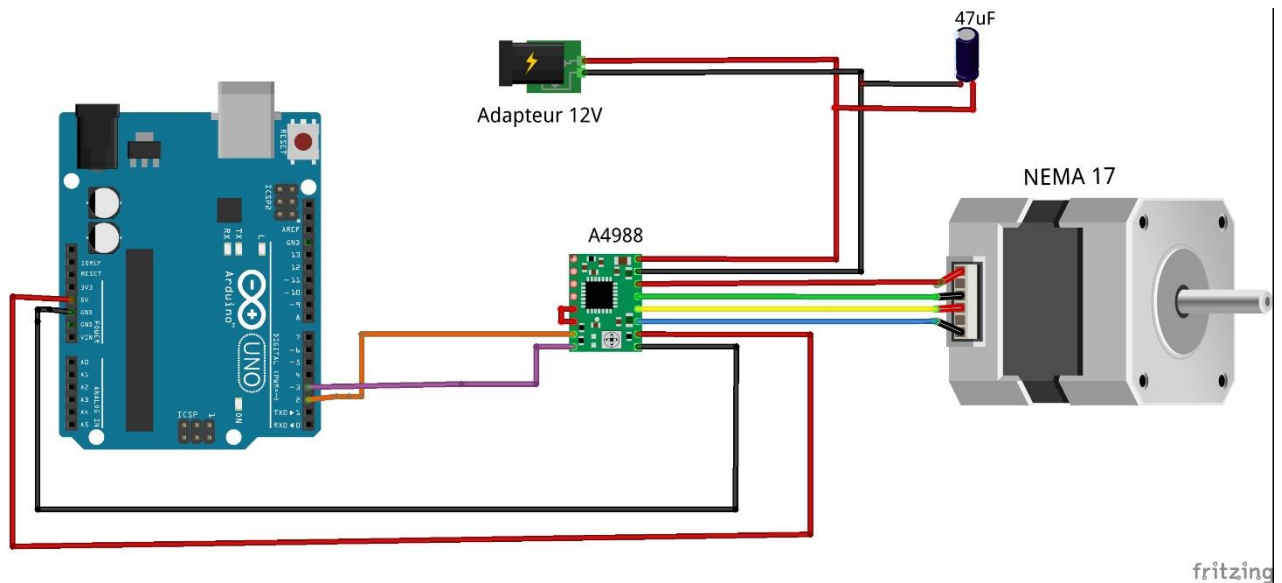


Figure 3.08 : Montage du moteur pas à pas avec le driver A4988

Ce montage montre comment brancher le moteur pas à pas avec le driver A4988. Le moteur est alimenté en 12V continue et un condensateur de 47uF est utilisé pour protéger le driver. Le schéma du montage est fait sur le logiciel fritzing.

3.3.3 Servomoteur

Un servomoteur est un système motorisé capable d'atteindre des positions prédéterminées, puis de les maintenir. Le servomoteur est aussi un appareil qui a pour but de reproduire un mouvement. On en trouve de toutes les tailles et de toutes les puissances. La plupart du temps la sortie varie entre 0 et 180°. Les servomoteurs contiennent un petit moteur connecté via des engrenages à un axe de sortie. On a choisi le type SG90 pour le servomoteur utilisé dans notre bras manipulateur

3.3.4 Driver du moteur pas à pas

Un driver de moteur ou une commande de moteur est un ensemble qui entre le moteur et l'utilisateur qui permet de convertir des signaux électriques pour que le moteur puisse les interpréter. Les fonctions d'un driver de moteur pas à pas sont l'alimentation du moteur avec ses contraintes de tensions, courants et puissances à dissiper ainsi que la protection contre les surtensions et les surintensités.

On doit savoir que la vitesse de rotation et le couple des moteurs pas-à-pas dépendent de la tension d'alimentation et de l'inductance (ou du courant). Une faible inductance donne un faible couple mais permet d'atteindre des vitesses plus élevées et vis versa donc le choix de l'alimentation est primordial et cela dépend de l'application du moteur.

Driver A4988

Dans ce projet nous allons utiliser le driver A4988 pour la commande des moteurs. Ce driver pour moteur pas à pas est très performant, il permet de contrôler un moteur pas à pas facilement sans à l'aide du driver A4988 le moteur peut faire des pas complet, demi-pas, quart de pas, 1/8 de pas ou 1/16 de pas. Les parties logiques du driver sont alimenté en 3 à 5V et les parties motrices alimenté en 8 à 35V, il ne faut pas débrancher ou brancher un moteur lorsque le module est alimenté car cela peut entraîner la destruction du module. [3.01]

3.3.5 CNC Shield

Le CNC Shield est une petite carte d'extension pour microcontrôleur Arduino permettant de s'interfacer facilement à des contrôleurs de moteur pas-à-pas, type A4988. Le Shield se place sur le microcontrôleur Arduino et les moteurs se branchent directement sur les broches de sorties des drivers.

3.3.6 Microcontrôleur

Un microcontrôleur est un système qui se ressemble à un ordinateur : il a une mémoire, un processeur, des interfaces avec le monde extérieur. Les microcontrôleurs sont des performances réduites, mais sont de faible taille et consomment peu d'énergie, les rendant indispensables dans toute solution d'électronique embarquée (voiture, porte de garage, robot, ...).

Pour la réalisation de notre projet de mémoire nous avons utilisé le microcontrôleur Arduino UNO.

3.4 Commande du robot

Nous allons voir la commande du robot. Plus généralement, la fonction d'un robot manipulateur est de situer dans l'espace son organe terminal. La situation de l'organe terminal est définie par la position et l'orientation d'un repère lié à son but. On va faire le schéma de commande du robot manipulateur. La partie commande consiste à piloter les actionneurs à partir de la fonction de perception et des ordres de l'utilisateur et on ajoute à cela l'interface homme machine à travers laquelle l'utilisateur programme les tâches que le robot doit exécuter et le poste de travail.

Le commande du robot manipulateur se fait avec un logiciel nommé Universal G-code Sender qui est programmée en langage G-code.

3.4.1 Schéma synoptique de commande du robot manipulateur

Cette figure montre le schéma synoptique de commande de notre robot. Ce schéma résume toutes les étapes à suivre afin de pouvoir commander le robot.

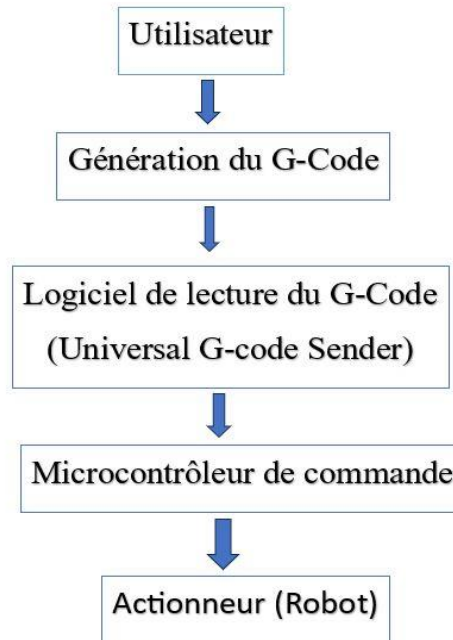


Figure 3.09 : Schéma synoptique

3.4.2 Création du G-code

Le G-code est un langage informatique à syntaxe simple. Il est composé d'une succession de lignes de programme comportant des commandes qui décrivent des actions à effectuer sur la base d'un code à partir de lettres et de chiffres. Il se compose de commandes G et M, chacune ayant un mouvement ou une action assignée. C'est aussi simple fichier texte humainement lisible.

Le G-code est utilisé principalement pour la commande des imprimantes 3D mais dans cet ouvrage nous allons l'utiliser pour la commande de notre robot manipulateur. On distingue plusieurs types de commandes dont les principales lettres de codage sont les commandes de type **G** liées à des fonctions préparatoires, en général des consignes de déplacements. En G-code il n'y a que deux types de déplacement :

Le déplacement linéaire en ligne droite avec deux syntaxes de base

G00 déplacement linéaire rapide

G01 déplacement à vitesse lente paramétrée

Il y a aussi des déplacements circulaires mais seul le déplacement linéaire sera utilisé dans la commande.

Les commandes de type **X/Y/Z** liées aux coordonnées des déplacements sur les axes concernés dans notre cas ce sont les articulations de notre robot manipulateur

Les commandes de type **F** liées aux vitesses de déplacement. Pour fixer une vitesse d'avance, on utilise la lettre F suivie d'un nombre qui caractérise la vitesse en mm/mn (millimètres par minutes)

Exemple de quelques commandes G-code

G00X10Y20 : cette ligne de programme demande d'avancer en ligne droite en mode rapide jusqu'au point de coordonnée X10 et Y20

F300 : fixe la vitesse d'avance à 300mm/mn

G01 X1 : avance linéaire de l'articulation X

G01Y1 : avance linéaire de l'articulation Y

G01Z1F300 : avance linéaire de l'articulation Z avec une vitesse de 300mm/mn

3.4.2.1 Contrôle de servomoteur avec G-Code

On utilise un servomoteur pour la pince qui est l'organe terminale de notre robot. Les servomoteurs nécessitent un signal de modulation de largeur d'impulsion (PWM) pour fonctionner. Or, GRBL un micrologiciel a attribué une autre tâche à chacun des broches PWM donc nous devons emprunter l'une de ces broches pour contrôler notre servo.

Pour insérer des séquences de code requises pour contrôler un servomoteur, il faut un post-processeur. Un post-processeur est un outil informatique utilisé en fabrication assistée par ordinateur. Il sert à traduire le langage d'une fabrication assistée par ordinateur vers une machine outils à commande numérique.

Pour créer un post-processeur il faut le logiciel processing 3. Lancer processing 3 et ouvrir un sketch nommer GcodePostProcessor après créer une version exécutable autonome de GcodePostProcessor.exe. [3.02]

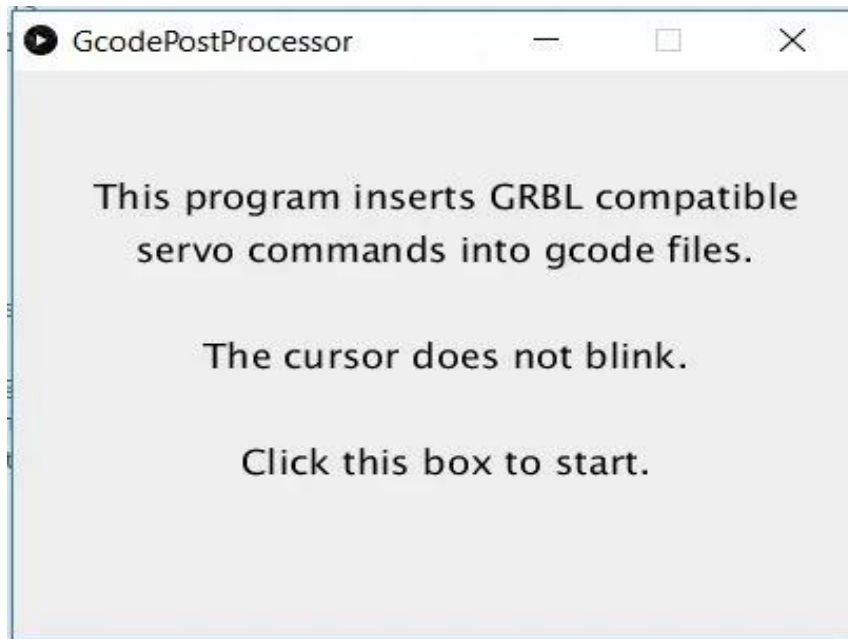


Figure 3.10 : Post-processeur G-Code pour commande servomoteur

Ce post-processeur GcodePostProcessor crée le code M3 et M5 afin de pouvoir contrôler le servomoteur.

3.4.3 Universal G-code Sender (UGS)

Universal G-code Sender plus communément appelé UGS est un logiciel de contrôleur de machine à commande numérique gratuit, UGS peut être utilisé aussi pour la commande de notre robot manipulateur. Il utilise le terme universel car il est compatible avec plusieurs options de micrologiciel différentes telles que GRBL , TinyG, Smoothieware et G2core. Le logiciel de contrôle est la communication entre le robots et l'ordinateur. [3.03]

3.4.3.1 Interface utilisateur et mise en page

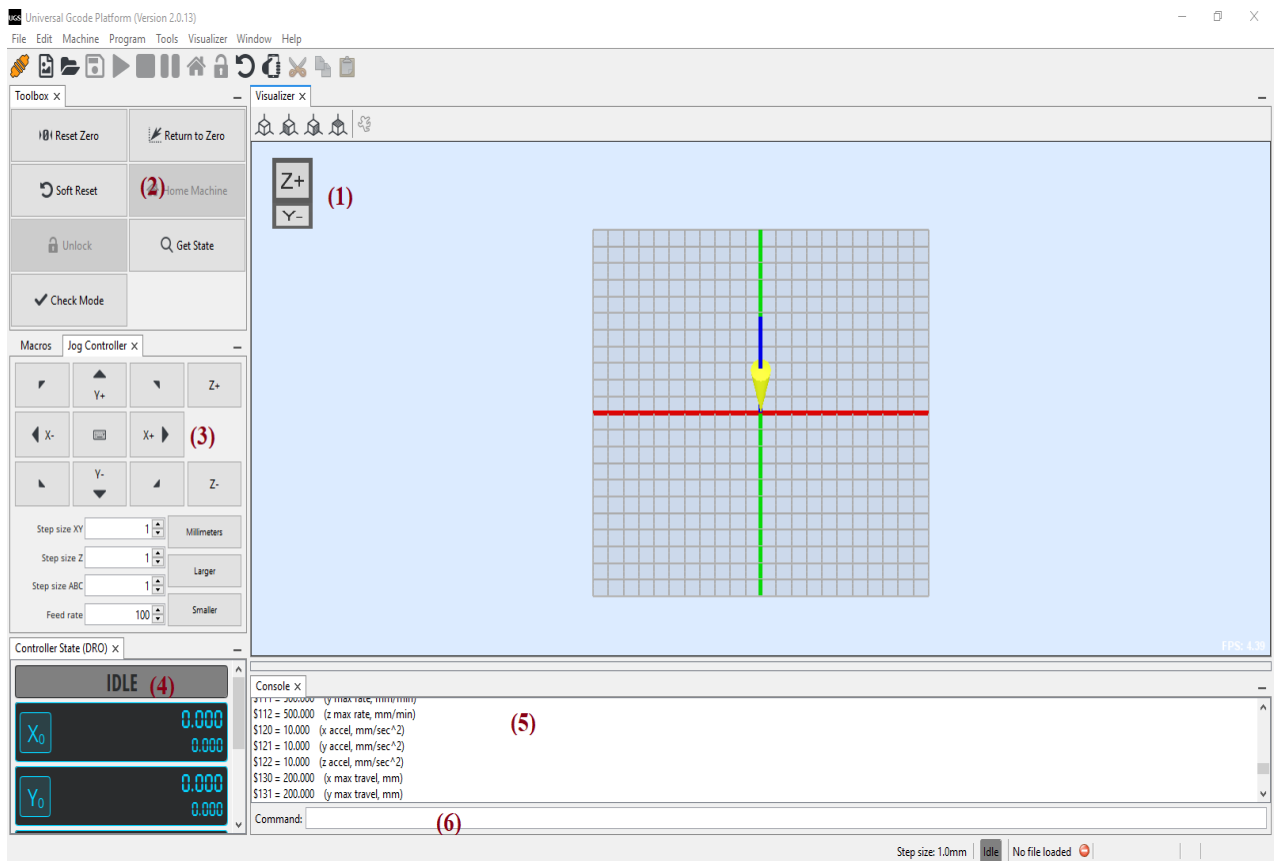


Figure 3.11 : Interface utilisateur UGS

Dans UGS il existe cinq fenêtres principales à connaître afin de contrôler une machine comme notre robot manipulateur :

(1) Visualiseur

La fenêtre Visualiseur est l'espace principal où on peut voir notre modèle et le parcours d'outil. Ici, on peut faire pivoter la vue de notre modèle en maintenant le clic gauche et en déplaçant la souris. Nous pouvons également surveiller le processus de déplacement en suivant le cône jaune, qui représente l'outil et pour notre cas on peut voir la rotation de l'articulation de notre robot manipulateur.

(2) Boîte à outils et état

La fenêtre Boîte à outils et état est divisée en deux onglets. La boîte à outils était auparavant connue sous le nom d'actions communes. La fenêtre État affiche l'opération en cours pendant le processus.

(3) Contrôleur du jogging

Le travail du Jog Controller consiste à modifier manuellement la position de notre robot. Pour ce faire, définissez une taille de pas et cliquez (un à la fois) dans la direction souhaitée. Cela dirigera l'outil pour se déplacer en fonction de vos entrées.

(4) Etat du contrôleur

L'état du contrôleur, également connu sous le nom de fenêtre de lecture numérique (DRO), nous indique l'emplacement en temps réel de notre outil par rapport aux coordonnées d'origine de notre machine, ainsi qu'aux coordonnées zéro que vous avez configurées dans UGS.

Cela signifie que nous pouvons avoir deux types de coordonnées zéro. Dans UGS, on peut déplacer le parcours d'outil et indiquer la position qui sera le nouveau zéro. En même temps, il affichera toujours l'origine physique de la machine en dessous de ce nouveau zéro. On peut voir dans cet interface l'état de chaque axe de notre manipulateur.

(5) Console

La console affiche les paramètres actuels du micrologiciel de notre machine avec une boîte de commande (6) en bas. Dans la boîte de commande, nous pouvons modifier manuellement les paramètres du micrologiciel.

Les étapes d'utilisation de la logiciel UGS :

Configuration du robot pour le connecter à UGS

Pour ouvrir un logiciel de contrôle, on doit généralement brancher le robot sur l'ordinateur et dans UGS, après avoir branché le robot, on ouvre UGS, sélectionner le firmware (ou micrologiciel) et le port de notre microcontrôleur puis il reste à appuyer sur l'icône connecter qui ressemble à une prise débranchée. Le baud de UGS doit être comme celle du microcontrôleur.

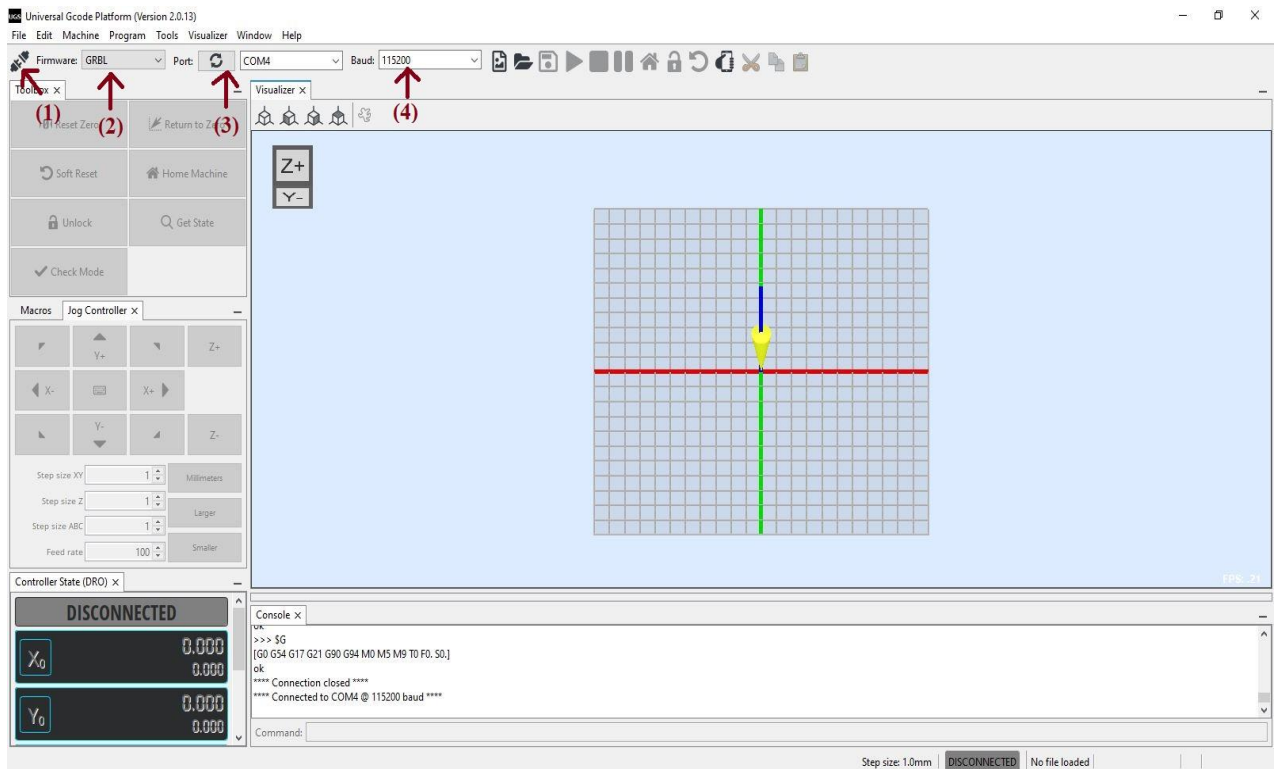


Figure 3.12 : Configuration de UGS

Les légendes de la figure :

- 1 icone connecter
- 2 choix du firmware
- 3 port utiliser
- 4 baud (configurer en 115200)

Importer le G-code

Pour importer un fichier G-code, il faut aller dans le menu du haut et choisir File >open >selectionerFicher.Gcode

On peut aussi faire des mouvements manuels à l'aide de la case état du contrôleur sans avoir exécuter le G-code importé.

3.4.4 Firmware GRBL

Un firmware ou logiciel embarqué est un programme informatique intégré dans un matériel, il va donner des instructions permanentes pour communiquer avec d'autres périphériques dans un système et exécuter des fonctions ainsi que des tâches d'entrée et sortie de base.

Le firmware GRBL est un logiciel gratuit et open source qui permet de contrôler le mouvement de machines comme le CNC ou les imprimantes 3D mais on peut l'utiliser aussi pour la commande d'un robot manipulateur comme dans notre cas. GRBL permet d'interpréter les commandes G-codes envoyer par un ordinateur au microcontrôleur pour piloter le déplacement du robot.

3.4.4.1 Configuration de GRBL

La première étape est branchée le robot, régler le Baud rate à 115200 et connecter le logiciel. On devra avoir le message suivant afficher dans le consol si la connexion est faite correctement.

```
**** Connected to COM2 @ 115200 baud ****  
Grbl 0.9j ['S' for help]
```

Figure 3.13 : Première message de connexion

a) Les commandes GRBL

\$ pour que GRBL imprime un message d'aide. GRBL devrait afficher ces messages :

```
>>> $  
$$ (view Grbl settings)  
$# (view # parameters)  
$G (view parser state)  
$I (view build info)  
$N (view startup blocks)  
$x=value (save Grbl setting)  
$Nx=line (save startup block)  
$C (check gcode mode)  
$X (kill alarm lock)  
$H (run homing cycle)  
~ (cycle start)  
! (feed hold)  
? (current status)  
ctrl-x (reset Grbl)  
ok
```

Figure 3.14 : Aide de GRBL

Les commandes \$ sont des commandes système GRBL utilisées pour modifier les paramètres, afficher ou modifier les états et les modes de fonctionnement de GRBL, et démarrer un cycle de référencement. Les quatre dernières commandes où il n'y a pas de \$ au début sont des commandes de contrôle en temps réel qui peuvent être envoyées à tout moment, peu importe ce que fait GRBL.

Les commandes systèmes fournissent des contrôles supplémentaires pour l'utilisateur. Pour les afficher, il faut taper \$\$ dans le champ command en bas de la console.

\$\$ afficher les paramètre GRBL

Pour afficher la liste des paramètres et les valeurs actuelles du GRBL, il faut utiliser la fonction **\$\$**. GRBL devrait répondre avec une liste des paramètres système actuels, tous ces paramètres sont persistants et conservés dans l'EEPROM, donc si on éteint, ils seront rechargés la prochaine fois qu'on rallume le microcontrôleur. [3.04]

```
>>> $$
$0 = 10 (step pulse, usec)
$1 = 25 (step idle delay, msec)
$2 = 0 (step port invert mask:00000000)
$3 = 0 (dir port invert mask:00000000)
$4 = 0 (step enable invert, bool)
$5 = 0 (limit pins invert, bool)
$6 = 0 (probe pin invert, bool)
$10 = 3 (status report mask:00000011)
$11 = 0.010 (junction deviation, mm)
$12 = 0.002 (arc tolerance, mm)
$13 = 0 (report inches, bool)
$20 = 0 (soft limits, bool)
$21 = 0 (hard limits, bool)
$22 = 0 (homing cycle, bool)
$23 = 0 (homing dir invert mask:00000000)
$24 = 25.000 (homing feed, mm/min)
$25 = 500.000 (homing seek, mm/min)
$26 = 250 (homing debounce, msec)
$27 = 1.000 (homing pull-off, mm)
$100 = 250.000 (x, step/mm)
$101 = 250.000 (y, step/mm)
$102 = 250.000 (z, step/mm)
$110 = 500.000 (x max rate, mm/min)
$111 = 500.000 (y max rate, mm/min)
$112 = 500.000 (z max rate, mm/min)
$120 = 10.000 (x accel, mm/sec^2)
$121 = 10.000 (y accel, mm/sec^2)
$122 = 10.000 (z accel, mm/sec^2)
$130 = 200.000 (x max travel, mm)
$131 = 200.000 (y max travel, mm)
$132 = 200.000 (z max travel, mm)
ok
```

Figure 3.15 : Listes des paramètres GRBL

\$# - Afficher les paramètres G-CODE

Ces paramètres stockent :

G54 à G59 : les valeurs de décalage pour les coordonnées

G28 et G30 : les positions prédéfinies

G92 : le décalage

G43.1 : la longueur d'outil

G38.2 : palpeur.

```

>>> $#
[G54:0.000,0.000,0.000]
[G55:0.000,0.000,0.000]
[G56:0.000,0.000,0.000]
[G57:0.000,0.000,0.000]
[G58:0.000,0.000,0.000]
[G59:0.000,0.000,0.000]
[G28:0.000,0.000,0.000]
[G30:0.000,0.000,0.000]
[G92:0.000,0.000,0.000]
[TLO:0.000]
[PRB:0.000,0.000,0.000:0]
ok

```

Figure 3.16 : Afficher les paramètres G-CODE

\$G – afficher l'état de l'analyseur G-Code

Cette commande imprime tous les modes G-Code actifs dans l'analyseur de G-Code de GRBL. Lors de l'envoi de cette commande à GRBL, il répondra par quelque chose comme :

```

>>> $G
[G0 G54 G17 G21 G90 G94 M0 M5 M9 T0 F0. S0.]
ok

```

Figure 3.17 : Etat de l'analyseur G-Code

Ces modes actifs déterminent comment le prochain bloc ou commande de code G sera interprété par l'analyseur de code G de GRBL

\$x=val – Enregistrer le paramètre GRBL

La commande \$x=val enregistre ou modifie un paramètre GRBL, ce qui peut être fait manuellement en envoyant cette commande lorsqu'il est connecté à GRBL via un programme de terminal série, mais la plupart des interfaces graphiques GRBL le feront pour vous en tant que fonctionnalité conviviale.

Pour modifier manuellement, par exemple, l'option d'impulsion de pas de microsecondes sur 10, on doit taper ceci : **\$0 = 10**. Si tout s'est bien passé, GRBL répondra par un ok.

Les paramètres GRBL

\$0 – impulsion de pas, microsecondes

Les pilotes pas à pas sont évalués pour une certaine longueur d'impulsion de pas minimale. Consultez la fiche technique ou essayez simplement quelques chiffres. Vous voulez les impulsions les plus courtes que les pilotes pas à pas puissent reconnaître de manière fiable. Si les impulsions sont trop longues, vous risquez de rencontrer des problèmes lorsque vous faites fonctionner le système à des vitesses d'alimentation et d'impulsion très élevées, car les impulsions

de pas peuvent commencer à se chevaucher. On recommande quelque chose autour de 10 microsecondes, qui est la valeur par défaut.

\$1 – Délai d’inactivité d’étape

Chaque fois que les moteurs pas à pas terminent un mouvement et s’arrêtent, GRBL retardera la désactivation des moteurs de cette valeur. Ou, on peut toujours garder les axes activés c’est-à-dire alimentés de manière à maintenir la position en réglant cette valeur sur 255 millisecondes maximum.

\$110 - \$111 - \$112 vitesses en mm/min

Cela définit la vitesse maximale que chaque axe peut déplacer. Chaque fois que GRBL planifie un mouvement, il vérifie si le mouvement ou non que l’un de ces axes individuels dépasse sa vitesse maximale. Si c’est le cas, cela ralentira le mouvement pour s’assurer qu’aucun des axes ne dépasse ses limites de vitesse maximales. Cela signifie que chaque axe a sa propre vitesse indépendante, ce qui est extrêmement utile.

\$110 changer la vitesse de l’axe X

\$111 changer la vitesse de l’axe Y

\$112 changer la vitesse de l’axe Z

\$I – Afficher les informations de construction

Cela imprime à l'utilisateur la version de GRBL et la date de construction du code source. En option, \$I peut également stocker une chaîne courte pour aider à identifier la machine avec laquelle on communique, si on a plus d'une machine utilisant GRBL.

b) Groupes modaux de GRBL

Les commandes modales sont organisées en ensembles appelés groupes modaux, et un seul membre d’un groupe modal peut être en vigueur à un moment donné. En général, un groupe modal contient des commandes pour lesquelles il est logiquement impossible que deux membres soient actifs en même temps comme mesure en pouces contre mesure en millimètres.

Une courte liste des groupes modaux prise en charge par GRBL. [3.03]

Tableau 3.03 : Groupe modaux pris en charge par GRBL

Signification du groupe modal	Mots des membres
Mode mouvement	G0 , G1, G2, G3, G38.2, G38.3, G38.4, G38.5, G80
Sélection du système de coordonnées	G54 , G55, G56, G57, G58, G59
Sélection d'avion	G17 , G18, G19
Mode distance	G90 , G91
Mode de distance d'arc	G91.1
Mode de taux d'alimentation	G93, G94
Mode unité	G20, G21
Compensation de rayon de fraise	G40
Décalage de la longueur d'outil	G43.1, G49
Mode programme	M0 , M1, M2, M30
Etat de la broche	M3, M4, M5
Etat du liquide de refroidissement	M7, M8, M9
Numéro d'outil actif	T
Vitesse de broche	S
Vitesse d'avance	F

Les commandes G-Code en gras indiquent les modes par défaut lors de la mise sous tension de GRBL ou de sa réinitialisation. Le numéro d'outil actif, la vitesse de broche et la vitesse d'avance sont tous par défaut à 0 lors d'une réinitialisation.

3.4.5 Schéma du montage des moteurs et des drivers sur le logiciel fritzing

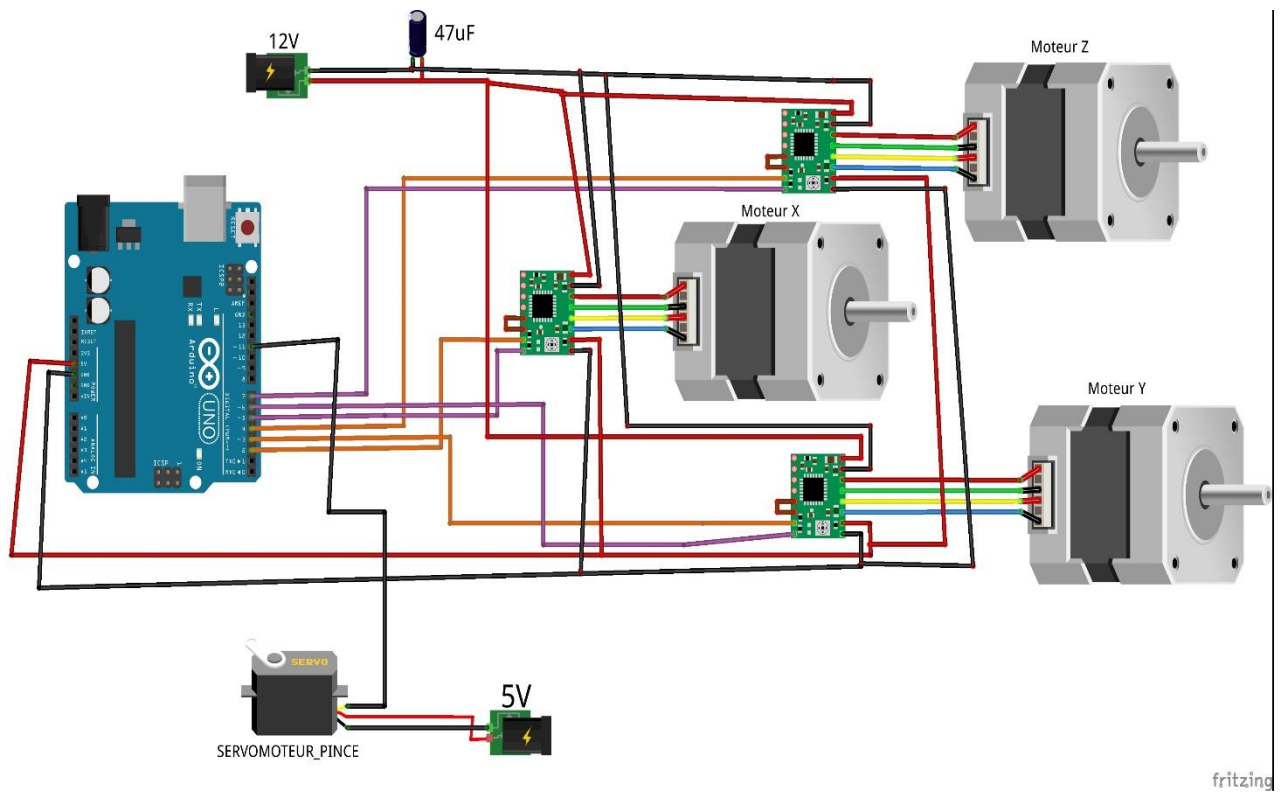


Figure 3.18 : Montage sur Fritzing

3.4.6 Organigramme de commande

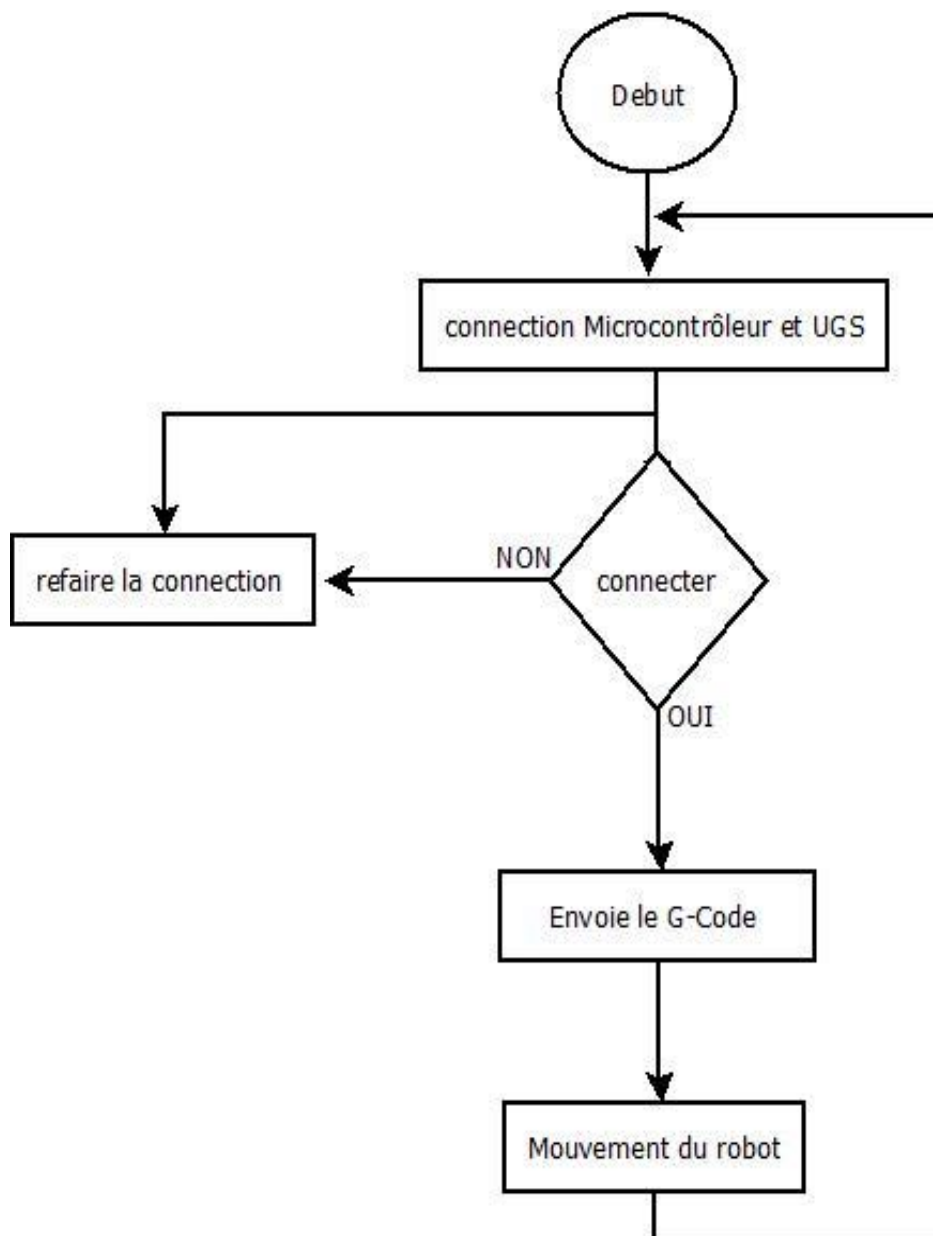


Figure 3.19 : Organigramme de commande du robot

3.5 Schéma de la maquette du robot manipulateur



Figure 3.20 : Photo de la maquette du projet

3.6 Etude financière

3.6.1 Devis à petit échelle

Devis du prototype :

Tableau 3.04 : Devis à petit échelle

Matériels	Prix en Ariary	Nombres
Driver du moteur	12 000	3
Bois pour les segments et la base	3 000	1
Shield et Microcontrôleur	50 000	1
Moteur pas à pas	50 000	3
Total	240 000	

3.6.2 Devis à grande échelle

Tableau 3.05 : Devis à grande échelle

Matériels	Prix en Ariary
Moulage	450 000
Usinage	270 000
Fer léger	45 000
Servomoteur	54 000



Figure 3.21 : Photo réelle d'un robot manipulateur

Le prix d'un robot manipulateur industrielle est de 3000 euros ou 13 500 000Ar, ce prix est +vu sur le site Alibaba [3.06]. Pour mon cas la réalisation d'un robot manipulateur industriel coûte à peu près les 13 000 000Ar.

3.7 Avantages et inconvénients

Véritable gain de temps, les industriels utilisent des robots pour effectuer des tâches répétitives, pénibles et parfois dangereuses. Les robots industriels sont un vrai atout pour vos lignes de production. En effet, vous restez compétitif en toutes circonstances, les coûts de production sont réduits, les robots n'ont jamais de baisse de régime et les temps de fabrication sont optimisés. Vous réalisez des produits de bonne qualité à moindre coût dans un temps imparti.

C'est un avant-goût de tous les avantages de la robotique industrielle sur vos lignes de production.

3.7.1 Avantages

Qualité, précision et rapidité

Les robots sont parfaits, car ils exécutent des opérations de qualité. Le robot va effectuer une tâche de façon très précise et à une même constante. Cela permet d'éviter les erreurs humaines et donc de respecter les délais.

Le réel atout des robots est sa capacité à reproduire une action, une tâche sans fin et de manière précise. Lorsque le robot est programmé, vous pouvez être sûr de la qualité des pièces. Le taux de non-conformité sera totalement supprimé.

Les robots industriels améliorent la qualité de production, car le nombre de rebuts est considérablement réduit. Les processus sont plus précis et plus fiables. En plus, il est très simple de surveiller en temps réel les pratiques de maintenance préventive.

Améliorer sa compétitivité et sa productivité

L'intégration d'un robot industriel à votre poste de travail ne fera qu'améliorer votre productivité, voire la propulser. Les robots fonctionnent selon la cadence que vous avez choisie, comme du 24h/24 et 7j/7. En général, dans ce cas de figure, si c'est une équipe humaine qui est à la charge de cette tâche. Il est nécessaire d'accorder un temps de pause aux équipes et de faire des roulements. Ce qui veut dire que pendant ce temps, votre production ne tourne pas. Grâce à la robotisation, votre compétitivité et votre productivité peuvent qu'augmenter, car les machines n'ont pas besoin d'être arrêté pour faire de pauses.

Le robot fonctionne seul sur une période donnée et ne requiert aucune assistance. Il s'adapte facilement à différentes lignes de production. Sa vitesse et sa fiabilité permettent de réduire le temps de production et de maximiser la cadence.

La vitesse et la fiabilité des robots réduisent en fin de compte le temps de cycle, et maximisent le débit de production.

Sécurité et meilleure ergonomie du poste de travail

Mettre en place un projet d'automatisation au sein d'un poste de travail est avant tout un gage de sécurité pour ses travailleurs. En effet, dans les environnements à risque, la fabrication de pièces répétitives peut engendrer des blessures physiques. L'intégration d'un robot évite ce genre de désagrément. De plus, il ne sera plus utile de se rendre dans la zone dangereuse, car les robots industriels sur une ligne de production sont contrôlés à distance. La robotisation permet de libérer les travailleurs de tâches fatigantes, contraignantes et dangereuses. C'est un avantage considérable à prendre en compte pour les dirigeants. En effet, la réduction d'arrêt de travail causée par des troubles musculosquelettiques (TMS), améliorera la réputation de l'entreprise.

Réduction des coûts directs de main-d'œuvre

Les coûts liés aux ressources humaines seront réduits. En effet, les postes à faible valeur ajoutée et/ou entraînant des blessures physiques comme les TMS seront supprimées. De plus, une

personne en charge de plusieurs opérations de fabrication coûte souvent plus cher que l'achat d'un robot industriel.

La mise en place de robotique industriel permet aux opérateurs de travailler sur des postes à plus forte valeur ajoutée. Leur compétence et expertise pourront être mises à profit dans des domaines d'activités recherchés à la suite de l'installation de robot : programmation, maintenance, etc.

3.7.2 Inconvénients

Le coût d'investissement

Le coût financier d'un projet de robotisation est un point sur lequel beaucoup d'industriels bloquent. L'investissement initial peut faire peur quand on observe le coût d'installation, de configuration et la maintenance. En revanche, une étude de rentabilité permet de changer d'avis rapidement lorsqu'on voit sur le long terme les bénéfices potentiels.

Des compétences techniques

À la suite de l'installation de robot industriel, il est impératif de chercher de nouvelles compétences ou de former en interne du personnel. En effet, des opérations de programmation, de débogage et de maintenance seront nécessaires à mettre en place pour assurer la longévité de durée de vie du robot. Ce sont des opérations chronophages et demandant beaucoup de rigueur.

Les robots industriels ont besoin d'une maintenance et d'une programmation sophistiquées. Bien que le nombre de personnes possédant ces compétences augmente, il est actuellement limité. Par conséquent, il est important de considérer l'investissement en personnel que vous devrez faire pour apporter cette expertise ou « former » votre personnel existant pour pouvoir assumer ces tâches.

Investissement élevé

Les robots nécessitent généralement un investissement initial important. Lorsque vous faites une analyse de rentabilité, vous devez tenir compte de tous les coûts, y compris l'installation, la configuration et la maintenance. Vous devez également évaluer si votre robot peut être facilement modifié, ou encore si vous souhaitez modifier complètement le fonctionnement à l'avenir. Découvrez notre article sur les roulements à billes.

3.7.3 Conclusion

Dans ce dernier chapitre, nous avons vu la réalisation et l'assemblage de notre robot manipulateur et les démarches à suivre afin d'arriver à la réalisation du robot. Nous avons commencé par les parties mécaniques du robot, la base, les segments et l'organe terminale. Après, on voit les différents matériels utilisés comme les moteurs pas à pas NEMA 17 qui sont les actionneurs de notre robot, le servo moteur pour l'organe terminale, le contrôleur et le driver du moteur. Nous avons aussi vu la commande du robot qui est fait par un logiciel de génération de G-Code nommé Universal G-Code Sender.

CONCLUSION ET PERSPECTIVES

La robotique est la science des robots qui comprend l'ensemble des techniques permettant la conception et la réalisation de machines automatiques. Les compétences en informatique, en électronique et en mécanique sont nécessaires en robotique. Dans ce travail nous avons commencé par la généralité sur les robots et la robotique où on a vu l'historique, les différents types et les domaines d'application des robots. Un robot manipulateur est formé par une système mécanique articulé et des actionneurs, l'utilisation des robots assurent la sécurité des humains dans des environnements dangereux et améliore la productivité, mais présente des limites comme des compétences techniques et un investissement élevé.

On a fait la modélisation du robot manipulateur de 3 axes en utilisons la méthode de Denavit-Hartenberg pour le modèle géométrique direct pour exprimer la situation de l'organe terminale en fonction des coordonnées articulaires et inversement pour le modèle géométrique inverse. Le modèle cinématique directe et inverse qui exprime la vitesse des coordonnées opérationnel en fonction des coordonnées articulaire et inversement.

Pour la réalisation et le commande de notre robot manipulateur, nous avons réalisé une structure mécanique en bois actionner par des moteurs pas à pas et l'organe terminale est une pince actionnée par un servomoteur. Le robot est contrôlé par un microcontrôleur Arduino et les moteurs pas à pas sont piloter par des drivers. Le commande du robot se fait par un logiciel de génération de G-Code nommé Universal G-code Sender. Ce logiciel est associé au microcontrôleur par un micrologiciel appelé GRBL.

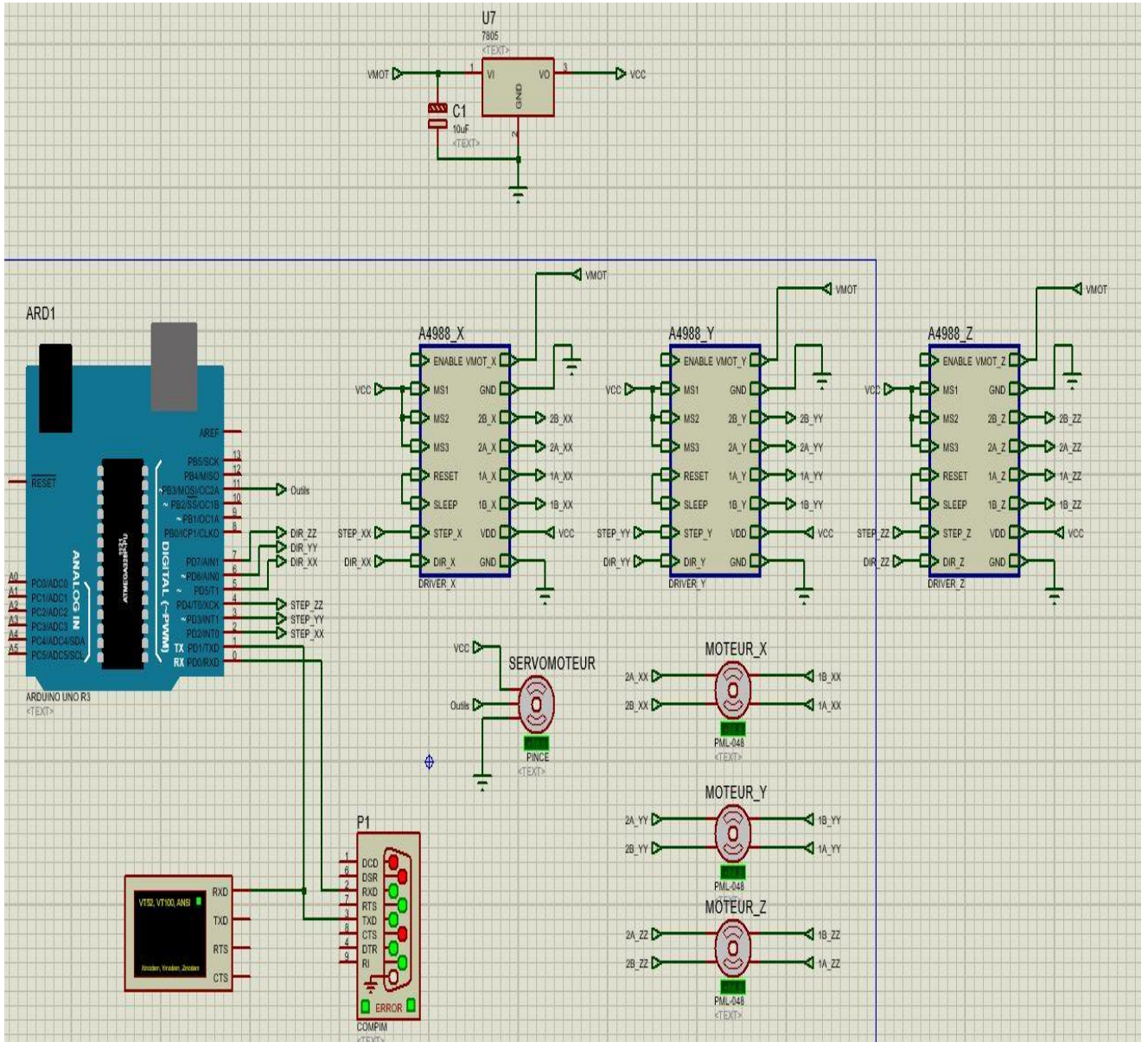
Un robot est un dispositif mécanique articulé capable d'imiter certaines fonctions humaines telles que la manipulation d'objets ou la locomotion, dans le but de remplacer l'homme pour la réalisation de certaines tâches matérielles. Mais un robot manipulateur a des limites comme un robot doit toujours obéir aux ordres donnés par les êtres humains. Le robot ne doit causer aucun dommage à l'être humain.

Les robots manipulateurs sont utilisés par les industries dans les chaines d'assemblage, de soudage, de triage ainsi que pour peindre. Leur utilisation favorise la productivité et la précision.

Comme perspective, l'organe terminale de notre robot est une pince mais on peut aussi mettre un pistolet à peinture ou des tourne vis selon l'utilisation. Le robot peut aussi faire de l'auto apprentissage en utilisons l'intelligence artificiel.

ANNEXES

Annexe 1 : Schéma simulation du projet fait sur Proteus



Annexe 2 : Extrait de G-Code

G21G91G1Z-0.5F40 // se rendre à l'axe de Z

G90 G21 // Déplacement en millimètres

G4 P2 // Pause de 2 secondes

G21G91G1X0.3F40 // se rendre à l'axe de X

G90 G21

G4 P2

M3S90 // Ouverture de la pince

G4 P2

M5 // fermeture de la pince

G4 P2

G21G91G1X-0.3F40

G90 G21

G4 P2

G21G91G1Z0.5F40

G90 G21

G4 P2

G21G91G1X0.3F40

G90 G21

G4 P2

M3

G4 P2

G21G91G1X-0.3F40

G90 G21

M5

REFERENCES

Bibliographie

- [1.02] HAMDI, HOCIN, *Introduction à la robotique* (introduction-a-la-robotique.pdf), Les éditions de l'université Mentouri_Constantine 2002-2003
- [1.03] JEAN-LOUIS, B, *Robotique* (mastersds_cours_robot_boimond.pdf), ISTIA, Université Angers
- [1.07] DJEBARNI,A, *Etude et conception d'un bras de robot* (MASTER_Etude_et_conception_d'un_bras_de_robot.pdf), Université Mohamed El Bachir El Ibrahimi
- [2.02] BORSALI, S, *Modélisation des robots* (Cours_modelisationdes_robots.pdf), Université ABDOU-BEKR BELKAID-TLEMCEN

Webographie

- [1.01] <https://www.journaldunet.fr/web-tech/guide-de-l-intelligence-artificielle/1501853-robot/>, 09/07/2023
- [1.02] <https://www.journaldunet.fr/web-tech/guide-de-l-intelligence-artificielle/1501853-robot/>, 09/07/2023
- [1.04] <https://www.journaldunet.fr/web-tech/guide-de-l-intelligence-artificielle/1501853-robot/>, 09/07/2023
- [1.05] https://www.hdautomatisme.com/blog/post/23-les-robots-dans-lindustrie-.html?page_type=post, 12/07/2023
- [1.06] <https://www.intel.fr/content/www/fr/fr/robotics/types-and-applications.html>, 12/07/2023
- [1.08] <https://robotsmali.org/fr/univers-de-la-robotique-les-domaines-dapplication/>, 12/07/2023
- [2.01] <https://www.futura-sciences.com/sciences/definitions/matiere-modelisation-11321/>, 15/07/2023
- [3.01] <https://www.orbit-dz.com/product/driver-moteur-a4988/>, 15/07/2023
- [3.02] <https://www.instructables.com/How-to-Control-a-Servo-Using-GRBL/>, 17/07/2023

- [3.03] <https://all3dp.com/2/universal-gcode-sender/>, 17/07/2023
- [3.04] https://honingmill.fandom.com/wiki/Configuring_Grbl_v0.9, 17/07/2023
- [3.06] <https://french.alibaba.com/g/industrial-manipulator-price.html>, 24/07/2023

FICHE DE RENSEIGNEMENTS

Nom : RAZAFIMANDIMBY
Prénoms : Niainasoa Alfred
Adresse de l'auteur : Antsirabe Avaratra
Téléphone : 032 21 754 71
E-mail : rniainasoa@gmail.com



Titre du mémoire : Modélisation et commande d'un robot manipulateur

Nombre de pages : 74

Nombre de tableaux : 06

Nombre de figures : 40

Encadreur pédagogique : RALAHIARIJAONA Zandrison Richard

Téléphone :

Mail : zandrison@gmail.com

FAMINTINANA

Ny “robot manipulateur” dia ampiasaina amin'ny indostria, amin'ny tafika ary koa amin'ny fitsaboana. Ny asa mampidi-doza ho an'ny fitsabahan'ny olombelona sy ny miverimberina dia ataon'ny “robot”. Ity asa-pikaroana atao ity dia mifantoka amin'ny famolavolana sy ny fomba entina mibaiko ny “robot manipulateur”. Namboarinay ny “robot” tamin'ny alàlan'ny fampiharana ireo maodely samihafa, ny modely “geometrique” mivantana sy mifamadika ho an'ny toe-javatra misy ny fitaovana mpamarana mifandraika amin'ny “coordonnée” iraisana, ny modely “cinematique” mivantana sy mifamadika ho an'ny hafainganam-pandehan'ny “coordonnée” miasa araka ny fandrindrana iraisana. Nahatsapa rafitra mekanika 3 famaky izahay miaraka amin'ny motera izay miodina tsikelikely ho actionneur ary pince ho fitaovana mpamarana. Ny “robot” norafentina tato aminy ity asam-pikaroana ity dia feheziny “microcontroller Arduino” ary ny baiko dia ataon'ny rindrambaiko famokarana “G-Code” antsoina hoe “Universal G-Code Sender”. Ny rindrambaiko dia mifandray amin'ny “microcontroller” mampiasa micrologiciel “GRBL”, ny fifandraisana dia amin'ny alalan'ny port serie.

Teny manan-danja: “robot” – maodely – baiko – “G-Code”

RESUME ET MOTS CLES

Les robots manipulateurs sont utilisés dans les industries, dans l'armée et aussi dans la médecine. Les tâches à risque pour l'intervention humaine et répétitive sont faites par des robots. Notre étude se porte sur la modélisation et commande d'un robot manipulateur. Nous avons fait la modélisation de notre robot en appliquant les différents modèles, le modèle géométrique direct et inverse pour la situation de l'organe terminale par rapport aux coordonnées articulaires, le modèle cinématique directe et inverse pour la vitesse des coordonnées opérationnelles en fonction des coordonnées articulaires. Nous avons réalisé une structure mécanique de 3 axes avec des moteurs pas à pas comme actionneur et une pince comme organe terminale. Notre robot est contrôlé par un microcontrôleur Arduino et la commande se fait par un logiciel de génération de G-Code nommé Universal G-Code Sender. Le logiciel est relié au microcontrôleur à l'aide d'un micrologiciel GRBL, la relation se fait par port série.

Mots clés : Robot – Modélisation – commande - GCode

ABSTRACT AND KEYS WORDS

Robot manipulators are used in industry, the military and medicine. Robots are used to carry out repetitive tasks involving risk to human intervention. Our study focuses on the modeling and control of a manipulator robot. We have modeled our robot by applying different models, the direct and inverse geometric model for the situation of the end organ in relation to the joint coordinates, and the direct and inverse kinematic model for the speed of the operational coordinates as a function of the joint coordinates. We have created a 3-axis mechanical structure with stepper motors as actuators and a gripper as end-member. Our robot is controlled by an Arduino microcontroller, using a G-Code generation program called Universal G-Code Sender. The software is connected to the microcontroller using GRBL firmware, and the connection is made via a serial port.

Keys words : Robot - Modeling - Control - GCode